VOL. I — N. 3 LUGLIO 1948

ANNALI
DI
GEOFISICA

RIVISTA DELL'ISTITUTO NAZIONALE DI GEOFISICA

Diretta da ANTONINO LO SURDO

ROMA

LA DETERMINAZIONE DELL'ACCELERAZIONE MASSIMA NEI FENOMENI MACROSISMICI

P. Caloi - A. Lo Surdo - F. Peronaci

L'accelerazione sismica nelle zone epicentrali si determina generalmente col metodo suggerito da Omori, che consiste nel calcolare l'accelerazione necessaria per far cadere alcuni corpi di forma semplice, come colonne, pilastri ecc. Con questo metodo, quando nella zona colpita dal terremoto si trovano oggetti di forma e dimensioni adatte, si può determinare un intervallo, più o meno ampio, in cui è compresa, per ciascuna componente orizzontale, l'accelerazione massima: i corpi caduti forniscono il limite inferiore, quelli rimasti in piedi il limite superiore.

Il metodo di Omori si presta a gravi critiche. Difatti i corpi appoggiati su un piano orizzontale si trovano in equilibrio stabile e presentano quindi per effetto della gravità, entro certi limiti, una reazione allo spostamento che tende a ricondurli nella posizione iniziale: si possono pertanto considerare come dei sistemi oscillanti aventi periodi propri di oscillazione. La caduta di questi corpi non dipende perciò soltanto dalla massima accelerazione orizzontale raggiunta dal terremoto, ma anche dalla legge di variazione dell'accelerazione sismica, che non si conosce: con impulsi successivi sincroni il corpo può cadere anche se tale accelerazione è molto più piccola di quella calcolata; con impulsi contrastanti, invece, il corpo può rimanere in piedi anche per accelerazioni molto più grandi. Solo nel caso in cui questa legge fosse conosciuta e particolarmente semplice, per esempio sinusoidale, si potrebbe risalire al valore della massima accelerazione: ma siccome non è possibile fare alcuna ipotesi sulla legge del moto nelle regioni epicentrali, o in quelle ad esse vicine, questo metodo manca di sicuro fondamento.

Al fine di poter ottenere dati attendibili sul valore massimo raggiunto dall'accelerazione sismica durante un terremoto nelle regioni epicentrali, era stato suggerito (1) l'impiego di apparecchi ideati appo-

(1) A. Lo Surdo, *Rendiconti Accademia dei Lincei.* Vol. XIX, 5ª Serie, p. 19.

sitamente per rendere possibile la determinazione del valore massimo dell'accelerazione sismica indipendentemente, entro ampi limiti, dall'influenza della legge di variazione. Ed allo scopo di poter raccogliere ampie notizie sul valore dell'accelerazione stessa nelle regioni epicentrali, era stato prospettato l'impiego di apparecchi assai semplici, mediante i quali la determinazione potesse esser fatta subito dopo il terremoto, semplicemente e senza richiedere cognizioni speciali. Apparecchi così fatti possono essere distribuiti largamente nelle regioni sismiche ed affidati a persone non dotate di particolare competenza tecnica, come si usa fare da tempo per i termometri ed i pluviometri che servono allo studio dei bacini montani e del regime delle acque nei canali e nei fiumi.

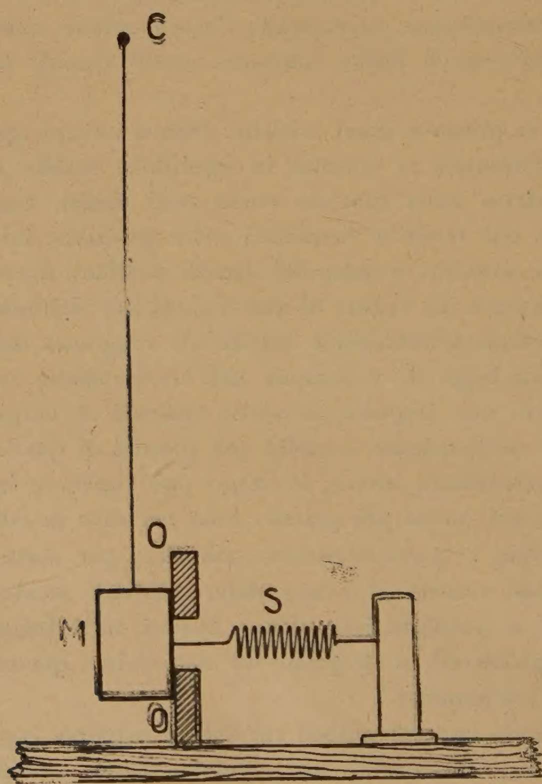


Fig. 1

L'Istituto Nazionale di Geofisica provvede attualmente a dotare la rete sismica italiana di speciali accelerometri ideati allo scopo di rispondere adeguatamente alle esigenze sopra indicate. I principi fondamentali su cui tali strumenti sono basati furono già enunciati da Lo Surdo (2), il quale suggerì alcuni accorgimenti per la loro pratica realizzazione.

Ogni apparecchio è in sostanza costituito da una massa spostabile in una sola direzione, trattenuta contro un ostacolo da una forza costante che agisce

(2) Annuario del R. Osservatorio del Museo di Firenze. 1911, p. 36.

nella stessa direzione: perché avvenga il distacco dall'ostacolo occorre che la massa sia soggetta ad una forza di intensità maggiore di quella che ve la trattiene.

Queste condizioni possono essere realizzate, ad esempio, con l'apparecchio rappresentato schematicamente nella fig. 1 che serve per le componenti orizzontali. Un corpo omogeneo M avente la forma di un parallelepipedo rettangolo è sospeso in modo che nella posizione di riposo le quattro facce laterali risultino verticali, ed una di esse coincida col piano OO di una parete verticale: la forza costante che

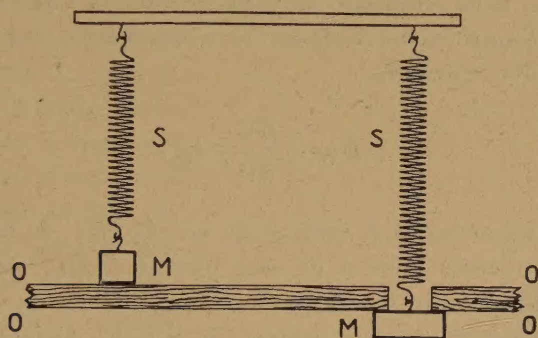


Fig. 2

agisce nella stessa direzione in cui può muoversi il corpo M è fornita da una molla S.

Poiché nella posizione di riposo della massa sospesa non vi è alcuna componente della gravità nella direzione in cui il corpo M può muoversi, esso è trattenuto contro il piano OO, perpendicolare a questa direzione, soltanto per effetto della forza esercitata dalla molla. Indicando con x la componente dello spostamento del suolo, e quindi anche del sostegno di M e del piano OO, nella direzione stessa secondo cui può muoversi il corpo M al distacco dal piano OO, avremo che il corpo resterà sempre a contatto col piano fino a tanto che

$$m\frac{d^2x}{dt^2}\leq f$$

dove f indica la forza esercitata dalla molla in direzione normale al piano OO, ed m la massa del corpo M. Quindi il distacco di M dal piano indica che l'accelerazione sismica, nel verso in cui l'apparecchio è destinato a funzionare, ha superato il valore $\frac{f}{m}$.

Negli accelerometri per la componente verticale, fig. 2, il corpo M (anch'esso di forma semplice, per es. parallelepipedo rettangolo o cilindrico) è soggetto al suo peso mg, e ad una forza verticale verso l'alto esercitata dalla molla S.

Le masse vengono spinte contro un piano orizzontale: posate su di esso quando si fa prevalere il peso sull'azione della molla, $mg > f$, o spinte in alto, contro il piano inferiore della base, quando si fa prevalere la forza della molla sul peso, $mg < f$, nel modo indicato rispettivamente a sinistra e a destra nella fig. 2. Il distacco dal piano avviene, nella direzione normale z, quando l'accelerazione, nel verso in cui l'apparecchio è destinato a funzionare, supera il valore che risulta dalla relazione

$$m\left(g - \frac{d^2z}{dt^2}\right) = f \quad .$$

Ciascun apparecchio è munito di un'asticella A, figg. 3-4, che, spinta dal suo stesso peso o da una piccola molla, rispettivamente negli accelerometri per le componenti orizzontali e in quelli per le componenti verticali, appena avviene il distacco della massa dal rispettivo piano si sposta, e rimane spostata in modo che rimanga traccia dell'avvenuto distacco: ciò indica che l'accelerazione sismica ha superato il valore per il quale è graduato l'apparecchio. L'indicazione permane finché detta asticella non viene riportata nella posizione iniziale. Disponendo quindi di un certo numero di questi apparecchi, per ogni componente e per i due versi, si può stabilire dopo un terremoto un intervallo entro il quale è compreso il valore estremo raggiunto dall'accelerazione.

I dettagli di costruzione di alcuni accelerometri di questo tipo, costruiti per la rete sismica dell'Istituto Nazionale di Geofisica, si possono rilevare dalle figure 3 e 4.

Negli apparecchi per le componenti orizzontali (fig. 3) l'appoggio del parallelepipedo sul piano verticale non avviene mediante contatto di tutta la faccia piana laterale, ma, per limitare la superficie di contatto, soltanto mediante alcune listerelle sottili fissate sui bordi di essa. Nella parete d'appoggio è praticato un foro attraverso il quale passa un filo F che collega la molla a spirale S al corpo M: la trazione della molla, che viene esercitata in direzione del centro

di massa, è regolabile mediante un'asta filettata, alla quale si aggancia un estremo della molla. Nel pezzo sul quale appoggia il corpo è praticato un foro verticale entro cui passa, con attrito trascurabile, l'asticella *A*.

Il pernietto fissato sul corpo M passa attraverso un forellino orizzontale e trattiene in alto l'asticella finché il corpo M è a contatto con la parete verticale: basta uno spostamento della massa di qualche decimo di millimetro perché l'asticella sia svincolata, e quindi cada.

I dettagli di costruzione degli accelerometri per la componente verticale si rilevano dalla fig. 4, dove sono rappresentati a sinistra e a destra rispettivamente gli apparecchi che servono per le accelerazioni di segni uguale ed opposto a quello della gravità.

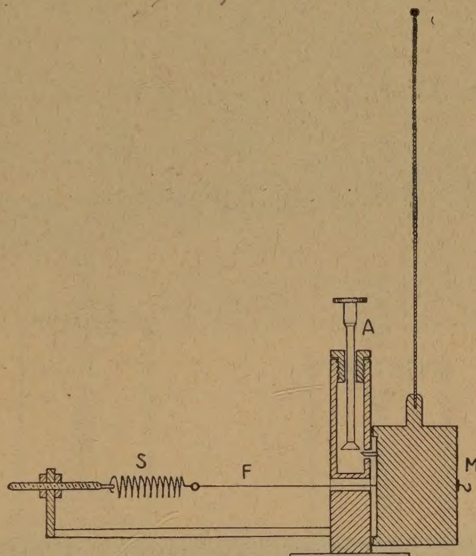


Fig. 3

In questi apparecchi il corpo M è cilindrico, le asticelle A, che fanno da indice, sono disposte orizzontalmente e vengono spinte verso l'interno da una piccola molla. La tensione della molla S viene esercitata verticalmente ed in direzione del centro di massa; un pernietto verticale fissato sulla massa M impedisce lo spostamento dell'indice fin tanto che il corpo è a contatto col piano orizzontale.

Nella fig. 5 si vede un complesso di accelerometri per le due componenti orizzontali, e per ogni componente nei due versi, che serve per la determinazione di sei gradi di una scala sismica assoluta.

Ogni strumento viene tarato per una accelerazione limite. Questa taratura si fa come si può vedere nella fig. 6 per l'accelerometro centrale. Sul bordo della base è fissata una speciale piccola bilancia il cui giogo, equilibrato opportunamente, ha due bracci di eguale lunghezza, uno orizzontale, e l'altro verticale: al primo è attaccato un piattello sul quale si collocano i pesi occorrenti per il distacco;

al secondo è attaccato un filo che fa capo ad un gancetto fissato nel centro della faccia esterna del corpo M, per modo che la forza di trazione agisca orizzontalmente ed in direzione del centro di massa.

Se si vuole che l'accelerometro funzioni per una accelerazione limite γ_1 occorre che il distacco di M corrisponda ad un peso complessivo del piattino e dei pesi aggiunti $m'g$ tale che

$$m' = m \frac{\gamma_1}{g} .$$

Perciò si regola la tensione f della molla in modo che risulti eguale alla forza $m'g$, e allora se l'accelerazione sismica $\frac{d^2x}{dt^2}$ supera γ_1, entro i limiti dell'approssimazione consentita dall'apparecchio, si ha il distacco del corpo dal piano verticale e la relativa segnalazione dell'asticella che fa da indice.

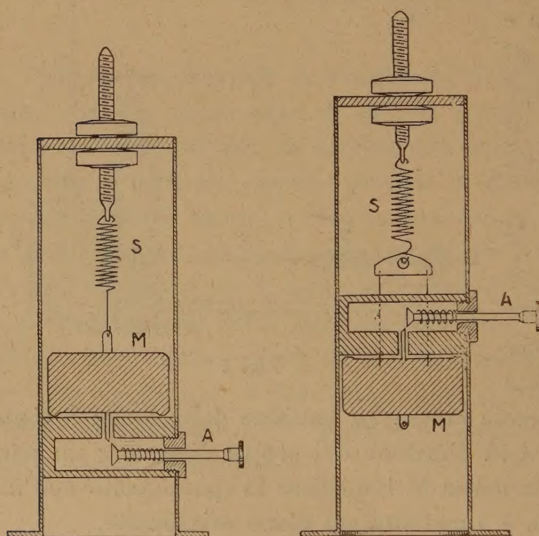


Fig. 4

Nella fig. 7 si vede il complesso degli accelerometri per la componente verticale analogo a quello per le componenti orizzontali, fig. 5.

La taratura di questi accelerometri si fa in modo analogo a quello avanti indicato. Per le accelerazioni nel verso contrario a quello della gravità, al peso del corpo M si aggiunge quello del piattino e dei pesetti occorrenti al distacco, di massa complessiva m_2 (fig. 8, a sinistra) e si equilibra il peso $(m + m_2)g$ con la tensione f della molla: allora l'apparecchio è regolato per l'accelerazione limite γ_2 tale che

$$m_2 g = m \frac{d^2z}{dt^2} = m\gamma_2 .$$

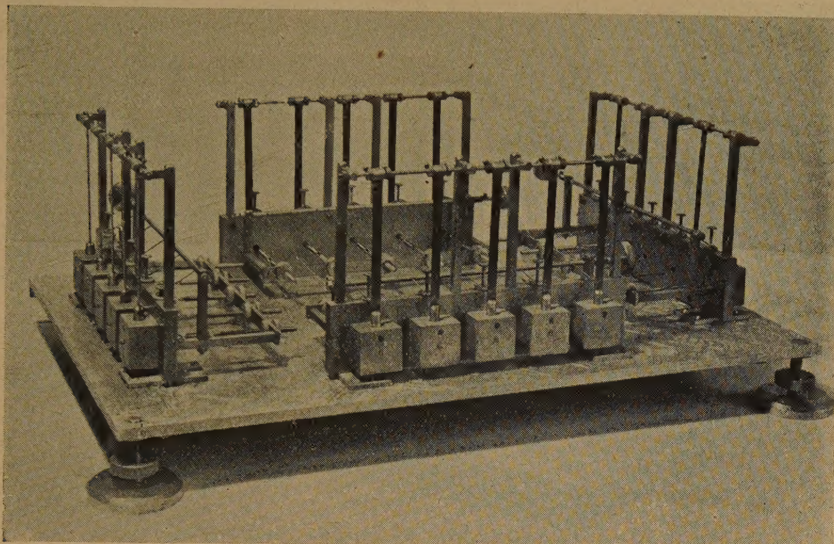


Fig. 5

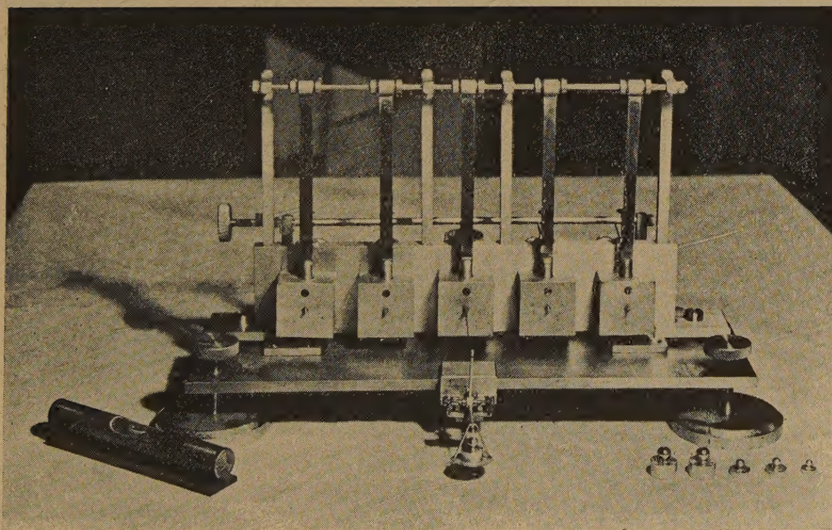


Fig. 6

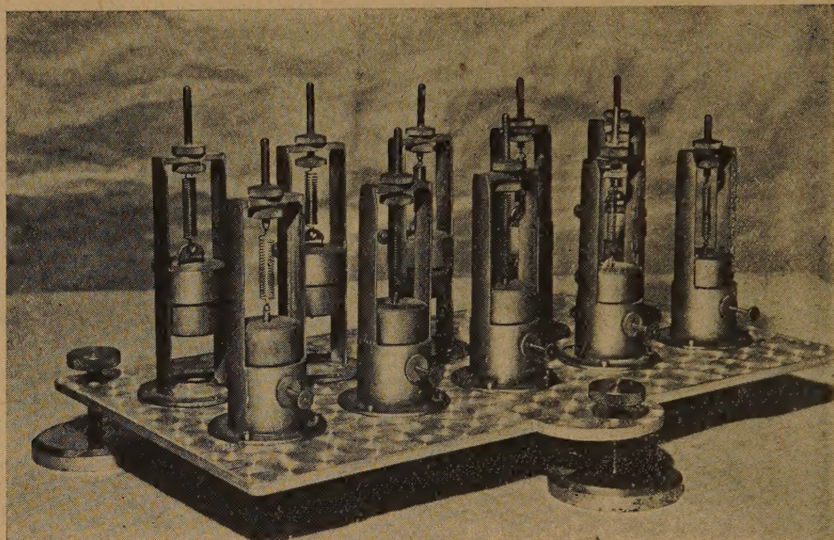


Fig. 7

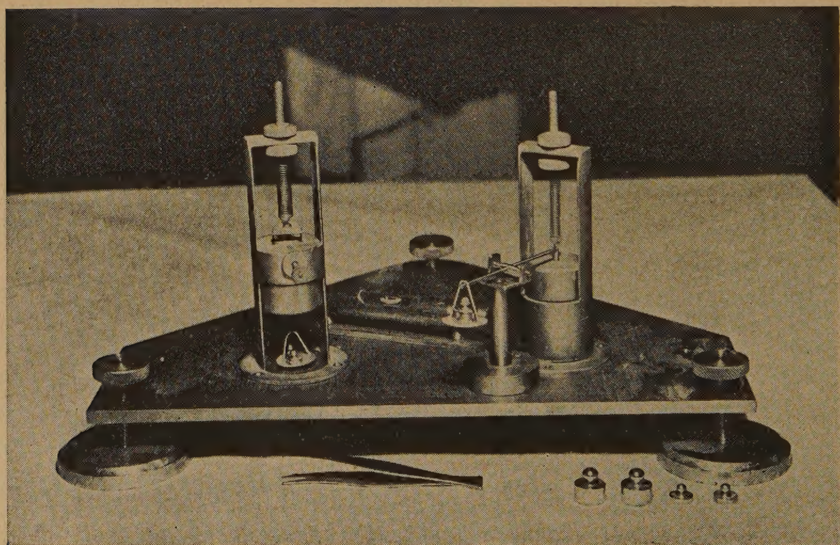


Fig. 8

Per le accelerazioni nello stesso verso della gravità (fig. 8, a destra), la taratura si fa portando all'equilibrio la tensione della molla con il peso del corpo M, diminuito di m_2g, peso complessivo del piattello e dei pesetti aggiunti.

La verifica degli accelerometri qui descritti, fatta mediante apposite piattaforme oscillanti, ha confermato che essi possono rispondere agli scopi cui sono destinati.

I risultati dell'applicazione di questo metodo di rilevamento dell'accelerazione nei fenomeni macrosismici, attualmente in corso di organizzazione per opera dell'Istituto Nazionale di Geofisica, verranno a suo tempo pubblicati.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — giugno 1948.

RIASSUNTO

Gli Autori descrivono alcuni speciali apparecchi destinati alla determinazione del valore massimo dell'accelerazione sismica raggiunta durante un terremoto nelle regioni epicentrali. Le indicazioni da essi fornite non dipendono, entro ampi limiti, dalla legge di variazione del moto, in quanto essi non costituiscono dei sistemi oscillanti. Questi apparecchi, per la semplicità di costruzione e di uso, possono essere largamente distribuiti nelle regioni sismiche ed affidati a persone non dotate di particolare competenza tecnica.

SULLE MODERNE MISURE GRAVIMETRICHE ESEGUITE IN AFRICA

GIOVANNI BOAGA

Durante gli anni che precedettero la seconda guerra mondiale vennero effettuate nel continente africano numerosissime misure gravimetriche da parte di operatori inglesi, francesi ed italiani. I risultati finora ottenuti, integrati da successive determinazioni e collegati fra loro, porteranno nuova luce sui problemi geologici e geofisici con speciale riguardo a quelli che interessano le dislocazioni sotterranee di questa vasta regione, che presenta: lungo tutto il suo perimetro estese zone con quote piccole, inferiori a 200 metri; fratture in allineamenti meridiani costituite dai laghi Niassa, Tanganica, Rodolfo, Vittoria, Alberto, che poi continua col corso del Nilo. Questo sistema di fratture, compreso nel fuso meridiano di circa cinque gradi di ampiezza, limitato dalle longitudini 30° e 35° ad Est di Greenwich, presenta notevoli variazioni di densità terrestre e di magnetismo; è sede anche di aree sismiche di qualche importanza e talvolta da manifestazioni vulcaniche. Si notano ancora massicci montagnosi che raggiungono facilmente i 3000 metri e perfino i 4000 metri ed oltre; essi si sviluppano lungo la parte occidentale e meridionale del continente: fra questi notevole è l'altopiano etiopico che si sviluppa nel fuso meridiano adiacente a quello dianzi accennato delle fratture e che comprende anche nella parte meridionale il Kenia ed il Kilimangiaro che si elevano a quote molto elevate (5242 m e 5930 m rispettivamente). La parte settentrionale e quella nord orientale è caratterizzata dai depositi eolici, da formazioni paleozoiche « arenarie desertiche » e più o meno fossilifere (Sahara, ecc.). Nella parte centrale ed in quella occidentale si notano i sedimenti arcaici e algonkiani alle volte più o meno metamorfosati e rocce cristalline antiche. Nella parte occidentale a nord dell'equatore fino quasi alla latitudine 15° predominano le rocce eruttive di età relativamente recente e formazioni del giuralias e del pallogene prevalentemente marine. Gli oceani Atlantico ed Indiano che bagnano le coste orientale ed occidentale del continente, raggiungono grandi profondità (circa 6000 m)

anche a non grande distanza dalle coste. E' indubbio che in tale continente, che presenta così notevoli e marcate caratteristiche fisiche, grande deve risultare il gioco delle anomalie gravimetriche ed interessanti le conclusioni che si possono trarre.

Nell'Africa orientale gli inglesi (Bullard, 1933-1934, Horsfield e Lissett, 1935) osservarono complessivamente 94 stazioni gravimetriche così distribuite: 25 nel Kenia, 16 nell'Uganda, 8 nel Congo Belga, 42 nel Tanganica, 2 nel Sudan — ossia nella fascia equatoriale compresa fra le latitudini + 4° (nord) e - 10° (sud) — ed una stazione a Capo Twon, alla latitudine di 34° a sud. Le misure vennero effettuate con due pendoli di invar oscillanti contemporaneamente in aria rarefatta. Le determinazioni di tempo vennero eseguite con ricezioni radiotelegrafiche. Nelle predette stazioni il Bullard molto opportunamente incluse tre stazioni (Dar-es-Salaam, Moschini, Pangani) già osservate nel 1899-1900 da Kohlschütter, ottenendo valori inferiori di 5, 6, 7 milligal rispettivamente, da quelli ottenuti da Kohlschütter, che presentano errori medi dell'ordine di ± 5 milligal, mentre quelli inglesi hanno incertezze inferiori o eguali a ± 1 milligal.

Particolare importanza presenta la stazione di Capo Twon, dove si hanno osservazioni gravimetriche ripetute per oltre un secolo. Il valore determinato da Bullard (979,645 gal) risulta superiore di appena 3 milligal di quello determinato nel 1897 da Reiterdank e sistematicamente inferiore di 10 e perfino 20 milligal dai valori determinati da altri osservatori negli anni 1910, 1898, 1895, 1890, 1839, 1829 e 1818.

Nella Memoria di Bullard [1] dove vengono date ampie referenze sulle misure eseguite, vengono altresì discussi i risultati ottenuti e riportati interessanti grafici e carte riproducenti le curve isoanomale per la correzione in aria libera o di Faye, per quella di Bouguer e per la correzione isostatica hayfordiana estesa fino alla profondità di 113,7 km. Dall'esame delle anomalie si può concludere che l'altopiano africano — nella regione battuta — è in equilibrio isostatico, fatta eccezione per la Valle del Rift, dove appare una forte deficienza gravimetrica.

Le quote delle stazioni vennero determinate col metodo termobarometrico. Nelle correzioni, per la densità terrestre superficiale, si tenne costantemente il valore medio 2,67. Delle 94 stazioni ben 61 superano i 1000 m di quota, di queste, 4 superano i 2000 m. La stazione più alta (Thomson's Falls) ha la quota 2339 m.

Adottando per il calcolo della gravità normale la formula di

Helmert (1901) le anomalie isostatiche risultano in parte positive ed in parte negative. In valori assoluti risultano così distribuite:

da	0	a	15	mgal	n.	54	stazioni
»	16	»	30	»	»	29	»
»	31	»	50	»	»	8	»
oltre	50	mgal			»	3	»

Le anomalie isostatiche computando la gravità normale con la formula internazionale (1930) si ottengono da quelle ricavate con la formula di Helmert, aggiungendo — 19 mgal.

Gli operatori francesi (Lagrula, ecc.) (2) negli anni 1933, 1935 e 1936 eseguirono nelle colonie francesi africane n. 50 stazioni gravimetriche allo scopo di ottenere le anomalie del massiccio di Bouzarèoh, n. 30 stazioni in Algeria, n. 7 nel Marocco, n. 13 nel Grande Kabyeie. Esse comprendono determinazioni effettuate col pendolo (rete fondamentale) e determinazioni di dettaglio eseguite coi gravimetri Holweck-Lejay.

Il cap. Reignier ha eseguito con la mensola bipendolare Mioni, appartenente al Comitato nazionale francese e corredata da quattro pendoli in bronzo, tipo Sterneck, il rilegamento di Parigi con l'Osservatorio di Averrhoès, nelle vicinanze di Ber Rechid (Marocco) ottenendo il valore g = 979,562 gal.

Nelle campagne del 1934 e 1935 le 50 determinazioni sono state distribuite fra le latitudini 31°30' e 36°48' (nord) e fra le longitudini 5°25' est e 8°1' ovest rispetto a Greenwich. N. 15 stazioni sono state effettuate a quote superiori a 500 m e di queste 3 a quote superiori ai 1000 m. La stazione più alta (Ain'n'sour) è in Algeria (quota 1090 m). Ai valori osservati vennero portate solo le correzioni di Faye e di Bouguer, quest'ultima senza correzione topografica, adottando per densità media terrestre superficiale valori compresi fra 2,2 e 2,7. Non venne calcolata la correzione isostatica. Le anomalie di Bouguer, calcolate con la formula internazionale (1130) per la gravità normale, sono in parte positive (n. 24) ed in parte negative (n. 26). Quelle positive oscillano fra + 2 e + 90 milligal, quelle negative fra — 77 e — 8 milligal.

Nel 1937 sempre dai francesi (Lagrula e Roux) vennero fatte altre 82 stazioni nel Sud Algerino, nel Sahara e nel Sudan, in regioni completamente inesplorate dal punto di vista gravimetrico, e nel Marocco. Di queste, 13 furono fatte nel Sahara settentrionale, 24 in quel-

lo centrale e nel Hoggar e 21 fra il massiccio di Hoggar ed il lago Tchad, 24 nel Marocco.

Nel 1938 (Lagrula) vennero effettuate altre 15 stazioni nella regione degli Altopiani, n. 16 nella zona di Costantina, n. 65 in Tunisia, dove la campagna fu continuata fino al 1939.

Si ha così un complesso di 279 stazioni eseguite dai francesi. Circa i risultati conseguiti con le ultime campagne (1937-39) osserviamo solo che per la Tunisia le curve isoanomale grosso modo seguono il contorno del litorale. Le stazioni di Biserta e Ras-el-Ain mettono in evidenza il carattere marino del lago di Biserta. Nella zona di Sahel si nota l'esistenza di una zona con anomalia negativa; tale zona è presunta petrolifera e qui converrebbe eseguire una rete gravimetrica di dettaglio più fitta e corredare le misure da altre indagini. Nell'Isola di Djerba la stazione effettuata a Aghir presenta una anomalia negativa locale.

Nelle pubblicazioni richiamate nella bibliografia annessa, sono riportati tutti i valori osservati, le quote delle stazioni, le anomalie. Anche per queste determinazioni valgono le osservazioni fatte per le precedenti eseguite negli anni 1935, 1936 e 1937 per quanto si riferisce alle correzioni apportate alle gravità osservate. In Algeria su 40 determinazioni si hanno soltanto 11 anomalie di Bouguer positive. Nel Sudan e nel Sahara su 47 determinazioni soltanto 4 anomalie di Bouguer risultano positive e di importi + 1, + 9, + 11, + 36 milligal. La massima anomalia negativa si ha ad Adar-Ajerene (— 125 milligal) di quota 2100 m. Nel Marocco si hanno 7 anomalie positive su 24 determinazioni. La massima anomalia negativa per una stazione di quota 1500 m raggiunge il valore 97 milligal (Enjil des Ait-Lahsene). In Algeria su 37 determinazioni si notano 13 anomalie positive ed in Tunisia su 65 determinazioni si hanno 33 anomalie di Bouguer positive.

Questa campagna ha messo in evidenza un errore sistematico e quasi costante di una ventina di milligal fra le misure fatte ad Algeri da Defforges e Bourgeois nel 1890 e da Bourgeois nel 1892; a Philippeville, Anled, Rhamoun e Mèdéah, ancora osservate da Bourgeois negli anni 1891, 1892 e 1893.

Importanza particolare poi assumono le misure gravimetriche eseguite in Etiopia dopo il 1937 da operatori italiani: Ballarin [3], e Pacella [4]. Il primo di questi operatori prese parte con la Missione geologica promossa dall'A.G.I.P. per rilevamenti geofisici ad Harrar,

Giggiga, Dagabur, Aubarre, Aiscia, Dessiè, Sardò, Tendahò, Batiè, Dire Daua, Gauassi, Tihò dove vennero pure eseguite (da Ballarin) misure di latitudine astronomica secondo il metodo di Horrebow-Talcott ed in talune stazioni anche misure di longitudini astronomiche. Le osservazioni gravimetriche che vennero effettuate in tale occasione dal Ballarin si riferiscono a sei località: Harrar, Giggiga, Dagabur, Aubarre, Aiscià, Dire Daua, a quote variabili fra 760 m e 1847 m. Le formazioni geologiche delle località circostanti le stazioni nell'ordine citato, sono: granito iniettato in scisti cristallini, sabbie alluvionali con sottosuolo profondo granitico e scisto cristallino, sabbie alluvionali con sottosuolo calcareo, scisti cristallini, basalti stratoidi, sabbie alluvionali su arenarie ricoprenti calcari.

Gli strumenti adoperati sono quelli stessi adoperati dal prof. Dore e dal prof. Ballarin nel 1928 per le misure gravimetriche eseguite sull'Appennino tosco-emiliano, e cioè: apparato quadripendolare Bamberg corredato di campana pneumatica. Il tempo venne determinato o con misure astronomiche (Harrar, Giggiga) o con determinazioni radiotelegrafiche (per le altre stazioni) ricorrendo ai segnali orari trasmessi da Rugby. Cronometri impiegati: Dent n. 49962, Hawelk n. 50 e pendolo Riefler n. 1096; inseriti nel circuito del relais delle coincidenze. Alle gravità osservate, ottenute con le oscillazioni medie dei quattro pendoli, sono state apportate le riduzioni di Faye e di Bouguer, adottando per densità superficiale il valore 2,67. Le gravità normali, come è consigliato dalla A.G.G.I., sono state calcolate con la formula internazionale. Le quote delle singole stazioni sono state determinate per mezzo di barometri (Fortin) assumendo come quota di partenza il valore 1200 m corrispondente al piano dei binari della stazione ferroviaria di Dire Daua, ed applicando la formula di Laplace-Rühlmann. Le precisioni conseguite nelle determinazioni gravimetriche risultano degli importi compresi nell'intervallo ± 0,90 milligal, ± 0,99 milligal. Le anomalie di Faye sono tutte positive, quelle di Bouguer tutte negative. Esse sono riassunte nello specchio seguente:

Stazione	*altezza*	*gravità osservata*	*anom. Faye*	*anom. Bouguer*
Harrar	1847 m	977,654 gal	+38 mgal	— 171 mgal
Giggiga	1634	,711	+29	— 156
Dagabur	1089	,823	+ 4	— 120
Aubarre	1603	,755	+50	— 131
Aiscià	760	978,042	+47	— 45
Dire Daua	1205	977,821	0	— 136.

Il gruppo di determinazioni gravimetriche eseguite dal prof. G. B. Pacella, per iniziativa e con mezzi e strumenti del nostro I.G.M. comprende 14 stazioni distribuite fra le latitudini 8°54' e 11°30' nord e di quote comprese fra 800 m e 2900 m. Venne impiegato un apparato gravifotografico Conyngam con tre pendoli in invar e coltelli di stellite, cronometro Mercer, cronografo Nardin, apparato Radio I.G.M. per la recezione dei segnali orari per le determinazioni di tempo. Vennero altresì usate pellicole Ferrania e lo spoglio di queste venne effettuato col Metodo di Meinesz. La precisione delle determinazioni gravimetriche è di circa ± 5 milligal. Le quote furono determinate col metodo termo-barometrico e furono anche calcolate le riduzioni di Faye e di Bouguer, ottenendo i seguenti risultati:

Stazione	*altezza*	*gravità osservata*	*anom. Faye*	*anom. Bouguer*
Metahara	948 m	977,863 gal	—16 mgal	—127 mgal
Addis-Abeba	2426	,465	+38	—246
Ponte Auasc	833	,897	—22	—119
Harrar	1854	,633	+21	—196
Giggiga	1633	,714	+33	—158
Dire Daua	1216	,824	+ 7	—135
Debra Derha	2854	,411	+97	—237
Debra Sina	2716	,423	+62	—256
Giarrà	1456	,757	—15	—185
Combolcià	1879	,654	— 5	—225
Dessiè	2703	,472	+66	—250
Batiè	1676	,760	+34	—162
Cantiere, 44	913	,953	—10	—117
Uscialli	1879	,637	—37	—257

Le anomalie sono state determinate con la gravità normale fornita dalla formula internazionale (1930).

Tre delle precedenti stazioni e precisamente: Harrar, Giggiga, Dire Daua sono state osservate anche dal prof. Ballarin. Poiché nei due prospetti le quote delle stazioni sono differenti, il confronto deve essere fatto con le anomalie di Faye. Si ottengono così le differenze:

+ 17 milligal, + 4 milligal, — 7 milligal,

che rientrano tutte entro il triplo degli errori medi delle differenze stesse, considerate come differenze di quantità osservate, ed affette da un errore medio non superiore a 6 milligal.

Nei calcoli per la correzione di Bouguer il prof. Pacella tenne per densità media superficiale terrestre il valore 2,8.

Come osserva il prof. Pacella, in un terreno come l'acrocoro abissino si imporrebbe una maggior cura nella applicazione della riduzione di Bouguer, che in ogni modo dovrebbe, appena possibile, essere completata almeno dalla riduzione topografica fino a 40 km dai punti stazione e ciò soprattutto per il valore che si deve attribuire alla densità superficiale nei singoli compartimenti. Confrontando le anomalie di Bouguer riportate nei due specchi, con le quote delle stazioni, si vede subito che risultano confermate le ben note teorie isostatiche.

Ci auguriamo che questi lavori gravimetrici, già iniziati su vasta scala dall'Inghilterra, dalla Francia e dall'Italia, sui territori africani delle loro giurisdizioni politiche, siano al più presto ripresi e potenziati, onde poter in breve addivenire a delle conoscenze circa la struttura sotterranea di questo grande continente che presenta forti legami geologici con l'Europa.

Roma — Istituto di Geodesia e Topografia, della Facoltà di Ingegneria — 1948.

RIASSUNTO

Si riferisce sulle misure gravimetriche eseguite in Africa dal 1933 al 1939 da operatori inglesi, francesi, italiani, con apparati pendolari e con gravimetri e si riportano i valori ottenuti dagli operatori italiani nelle misure effettuate in Etiopia.

BIBLIOGRAFIA

(1) E. C. Bullard, *Gravity Measurements in East Africa.* « Phil. Trans. of the Royal Society of London », Series A, Mathem. and Phys. Sc. n. 757, vol. 235, p. 445-531.

(2) J. Lagrula, *Mesures de l'intensité de la pesanteur en Afrique du Nord.* « C. R. Acad. Sci. » T. 199, 1934, p. 1586; T. 201, 1935, p. 1095; T. 204, 1937, p. 108; T. 206, 1937, p. 1553; T. 208, 1939, p. 734; T. 208, 1939, p. 1207; T. 208, 1939, p. 1627.

G. Roux, *Mesures de l'intensitè de la pesanteur au Maroc.* « C. R. Acad. Sci. » T. 207, 1938, p. 713.

(3) S. Ballarin, *Misure astronomiche e geofisiche.* Estratto da « Missione geologica nella Dancalia meridionale e nel Harrarino », promossa dalla A.G.I.P., Volume II, Roma, 1942, Reale Acad. d'Italia, Centro studi per l'Africa orientale italiana.

(4) G. B. Pacella, *Determinazioni gravimetriche in Etiopia.* « Rend. Sci. Accademia Nazionale dei Lincei », anno 1948. Roma.

DUE ESTENSIONI DEL CONCETTO DI TEMPERATURA

ALESSANDRO AMERIO

1. — Temperatura di una particella elementare isolata.

La temperatura di un corpo è definita mediante un termometro posto in intimo contatto col corpo stesso. Se questo corpo è ridotto a una particella elementare: protone, neutrone, elettrone, ecc... il termometro adatto non c'è perché dovrebbe essere infinitamente piccolo.

In tal caso la definizione della temperatura non può essere che legata all'energia cinetica della particella che si considera.

Un insieme di queste particelle costituirebbe un gas monoatomico e se a un grammo-atomo di questo attribuiamo il calore molecolare a volume costante C_v, fornendogli la quantità di calore dQ, la sua temperatura aumenterebbe di dT secondo la relazione

$$dQ = C_v dT$$

L'energia cinetica totale posseduta da quel grammo-atomo di gas alla temperatura T è, essendo costante il calore specifico:

$$Q = C_v T \qquad [1]$$

Posto $T = I^0 K$, l'energia posseduta dal grammo-atomo è data dal calore atomico. L'energia di ognuna delle particelle si ottiene dividendo ambi i membri della [1] per il numero N di Avogadro. Essa è

$$E_T = \frac{C_v}{N} T \qquad [2]$$

e se poniamo

$$\varepsilon = \frac{C_v}{N}$$

la [2] diventa

$$E_T = \varepsilon T \qquad [3]$$

E_T rappresenta l'energia che la particella possiede a T^0 K e ε quella che essa possiede a un grado K.

La ε è una costante universale poiché non dipende dalla massa della particella che si considera. Essa è i 3/2 della costante di Boltzmann.

Come temperatura della particella elementare isolata si definisce quindi il rapporto fra l'energia cinetica che essa possiede e quella che essa possederebbe a 1° K. Cio:

$$T=\frac{E_T}{\varepsilon} \qquad [4]$$

Vale a dire si considera come temperatura di una particella isolata quella che avrebbe un gas monoatomico che fosse costituito da particelle dotate tutte della sua stessa energia cinetica di traslazione o dotata in media dell'energia cinetica che essa possiede.

Dalla definizione stabilita segue che le temperature di particelle elementari isolate sono proporzionali alle rispettive energie cinetiche.

Vediamo qualche conseguenza: perciò cominciamo con l'esprimere l'energia di una particella a 1° K.

Per il principio di equipartizione dell'energia basterà determinarla per una molecola di elio.

Per l'elio, essendo 2,996 il calore molecolare a volume costante in piccole calorie. l'energia cinetica di una sua molecola a 1° K è

$$\frac{2,996}{6,03.10^{23}}=0,4967.10^{-23} \text{ p.c. o } 2,08.10^{-23} \text{ joule, o } 2,08.10^{-16} \text{ erg.}$$

perciò la [4] diventa

$$T=\frac{E_T}{2,08}.10^{16}=4,80\ E_T.10^{15} \qquad [5]$$

Si usa esprimere l'energia di una particella isolata in volt-elettroni. Un volt-elettrone vale per definizione $1,60.10^{-19}$ joule ossia $1,60.10^{-12}$ erg.

La temperatura corrispondente a un volt-elettrone in conseguenza della [5] è

$$\Theta=1,60.10^{-12}.4,80.10^{15}=7680°\ K \qquad [6]$$

Ora, poiché la temperatura di una particella isolata è proporzionale alla sua energia cinetica, il rapporto fra due temperature sarà eguale a quello delle corrispondenti energie; perciò se indichiamo con T e T_1 le due temperature, con E ed E_1 le due energie sarà

$$\frac{T}{T_1}=\frac{E}{E_1}$$

da cui $$T = T_1 \frac{E}{E_1}$$

Se indichiamo le energie in volt-elettroni, posto $E = eV$, $E_1 = eV_1$ dove e è la carica di un elettrone, V e V_1 sono i rispettivi potenziali, sarà

$$T = T_1 \frac{V}{V_1} \qquad [7]$$

Se ora per T_1 prendiamo la temperatura della particella che ha un volt-elettrone di energia e che abbiamo indicato con Θ, espressa in gradi K sarà:

$$T = \Theta . V = 7680 . V \qquad [8]$$

La caratteristica « *temperatura di una particella* » è equivalente a quella della sua energia cinetica.

* * *

Applichiamo questo a un fascio di raggi catodici provocati da una caduta di potenziale di 2000 Volt; sarà:

$$T = 7680 . 2000 = 1{,}536 . 10^7 \ ^\circ K$$

Poiché le velocità sono proporzionali direttamente alle radici quadrate delle temperature assolute e la velocità degli elettroni per pura agitazione termica a 273°,2 assoluti è $1{,}115.10^7$ cm/sec, alla temperatura calcolata risulta di $2{,}63.10^9$ cm/sec.

Questo risultato coincide con quello che si può ottenere direttamente con la relazione, in questo caso sufficientemente approssimata,

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V$$

dove è posto $m = 9{,}09.10^{-28}$, $e = 4{,}8.10^{-10}$, $V = 2000/300$.

* * *

Nei raggi cosmici si hanno energie di 10^6, 10^9 e oltre volt-elettroni. A questi raggi corrispondono quindi per la [8] temperature di $7{,}68.10^9$ °K o $7{,}68.10^{12}$ °K e oltre.

Nel loro spettro il massimo di energia si presenta poco al di sopra di 10^9 v.e. A questa energia secondo la formula [8] corrisponderebbe la temperatura di $7{,}68.10^{12}$ °K.

Orbene consideriamo una radiazione γ cosmica avente quell'energia. Se si tiene conto della relazione

$$h\nu = E = 1{,}6.10^{-12}\ V = 1{,}6.10^{-3}\ \text{erg}$$

si ha
$$\nu = \frac{1.6}{6.6}\, 10^{24} \text{ da cui: } \lambda = 1.24.10^{-13} \text{ cm.}$$

Ora se λ fosse la lunghezza d'onda emessa col massimo di energia nello spettro di un corpo nero, a questo corrisponderebbe la temperatura di

$$\frac{0.293}{1.24}.10^{13} = 2{,}37.10^{12}\ {}^\circ K$$

Questa sarebbe dunque la temperatura se questo fotone γ facesse parte della emissione di un corpo nero.

Se si considera la disparità delle condizioni di emissione di questi raggi rispetto a quella del corpo nero, c'è da restar sorpresi che la disparità dei risultati non sia molto maggiore.

* * *

Se si considera infine la relazione $E = mc^2$ e si suppone che tutta la massa m si trasformi in energia, riducendosi al fotone γ considerato si vede che la massa corrispondente dovrebbe avere il valore $1{,}78.10^{-24}$ grammi che è all'incirca quella di un protone ($1{,}66.10^{-24}$).

Se si ammette la possibilità che un insieme di masse elementari eguali al protone si trasformi in energia, questa potrà essere distribuita in uno spettro il quale dovrebbe presentare il suo massimo nell'intorno di 10^9 volt-elettroni.

* * *

2. — L'altra estensione del concetto di temperatura è per il vuoto. Cosa si deve intendere per temperatra di uno spazio vuoto di materia?

Il concetto non è altrettanto semplice come quello che si è potuto stabilire per la particella materiale. Evidentemente non possiamo che riferirci alle radiazioni che attraversano questo spazio, ma non si potrà assumere come temperatura di questo quella che s'intende per temperatura della radiazione, temperatura che è data dalla distribuzione dell'energia nello spettro e che si riferisce invece alla temperatura di emissione della sorgente. Lo zero assoluto si avrebbe ovviamente se nessuna radiazione attraversasse quello spazio ed evi-

dentemente questo zero assoluto non può esistere come non esiste per i corpi, in quanto lo spazio dovrà sempre contenere della materia o esserne circondato, e la materia non può essere allo zero assoluto.

Cominciamo a considerare un caso semplice nel quale non si possono avere dubbi.

Supponiamo una cavità *vuota* le cui pareti abbiano la temperatura assoluta uniforme T e un certo potere emissivo.

Questa cavità costituisce un corpo nero e perciò la radiazione che vi regna ha la densità data da

$$\delta = \sigma T^4 \qquad [1\ \text{bis}]$$

dove $\sigma = 5{,}78.10^{-5}$ unità C.G.S. o $1{,}38.10^{-12}$ piccole calorie per secondo. Come è noto questa rappresenta la quantità di energia emessa da 1 cm^2 di superficie nera in un secondo.

Si può attribuire a questo spazio vuoto di materia e contenente la sola energia irradiata la temperatura data dalla [1 bis].

$$T = \sqrt[4]{\frac{\delta}{\sigma}} \qquad [9]$$

Ciò è in accordo col fatto che se in questo spazio mettiamo un corpo nero, o anche non tale, purché dotato di un qualche potere assorbente a, questo corpo tende ad assumere la temperatura T. Infatti esso per ogni cm^2 e in ogni secondo, riceve $a\sigma T^4$, e se t è la sua temperatura emette $a\sigma t^4$; la t va crescendo finché al limite, eguagliandosi emissione ed assorbimento, sia $t = T$.

Lo stesso si ha se l'ambiente considerato è pieno di aria; in tal caso anche se il corpo fosse un riflettore perfetto, per contatto con questa, finirebbe con assumere la stessa temperatura.

Diverso è il caso in cui lo spazio *vuoto* sia attraversato da una radiazione unidirezionale, come avviene in tale vicinanza di una stella, che si possa trascurare l'irraggiamento delle altre.

Consideriamo ad esempio il caso particolare dello spazio intorno al Sole. Sia A la costante solare, riferita per comodità al minuto secondo. Il suo valore alla superficie della Terra è $A \ \frac{1{,}92}{60} = 0{,}0320$ p.c. e poiché si può ammettere che vari in ragione inversa del quadrato della distanza, presa la distanza Terra-Sole come unità, alla distanza d dal Sole la costante relativa è

$$A_1 = \frac{A}{d^2} \qquad [10]$$

Il valore di questa costante dà la quantità di energia che attraversa in un secondo l'area di un cm² normale ai raggi.

Si potrebbe convenire di assumere come definizione della temperatura in un punto dello spazio la temperatura che assumerebbe un *dato corpo nero* che si trovi investito dalla radiazione. Però questa temperatura dipende dalla forma del corpo. Supponiamo che il corpo sia sferico, nero e abbia il raggio r. Esso sarà investito in ogni secondo dalla radiazione

$$\pi r^2 A_1$$

emetterà

$$4 \pi r^2 \sigma T_1^4$$

e se è raggiunto l'equilibrio

$$4 \sigma T_1^4 = A_1$$

da cui

$$T_1 = \sqrt[4]{\frac{A_1}{4\sigma}} \qquad [11]$$

Questa potrebbe quindi essere considerata come la temperatura dello spazio considerato, *ma la cosa è puramente convenzionale*, perché un corpo di altra forma potrebbe assumere una temperatura differente e questa dipenderebbe anche dall'orientamento del corpo rispetto ai raggi incidenti.

Infatti se il corpo fosse una laminetta sottilissima piana, normale ai raggi solari, nera dalla parte rivolta al Sole e perfettamente speculare dall'altra, riceverebbe per ogni cm² e ad ogni secondo l'energia A_1 e irradierebbe σT_2^4. L'equilibrio della temperatura si avrebbe per

$$T_2 = \sqrt[4]{\frac{A_1}{\sigma}} \qquad [12]$$

che coincide con la [9] e dove

$$T_2 = T_1 \sqrt{2} \qquad [13]$$

Si può essere incerti nella scelta fra queste due temperature: la T_2 rappresenta la massima temperatura che può essere raggiunta in quel dato spazio da un corpo il quale sia esposto liberamente alla radiazione (e quindi non sia circondato da uno strato che gli permetta di ricevere raggi di una data specie e di emetterne altri i

quali non lo possano abbandonare per qualche artifizio, come avviene per i pianeti in grazia dell'atmosfera che li avvolge). La temperatura definita con la [13] corrisponde quindi meglio al concetto di temperatura di un corpo che è la massima che verrebbe raggiunta da un termometro posto in contatto del corpo.

Quella definita mediante la [11] potrebbe rappresentare la temperatura media tra quelle che assumerebbe un ricevitore a lamina piana, con una faccia nera e l'altra speculare, nelle varie direzioni in cui venisse posta.

Vediamo ora qualche risultato sia applicando la [11] che la [12]. Alla distanza della Terra dal Sole la [11] dà

$$T_1 = \sqrt[4]{\frac{0.0320}{4.1,38.10^{-12}}} = 276\,°K = 3\,°C.$$

e la [12] dà

$$T = \sqrt[4]{\frac{0,0320}{1,38.10^{-12}}} = 390\,°K = 117\,°C.$$

Poiché la costante A_1 varia in ragione inversa del quadrato delle distanze e le temperature variano in ragione diretta della radice quarta della costante, le temperature variano in ragione inversa delle radici quadrate delle distanze e perciò si hanno le due serie seguenti:

Alle distanze dal Sole di:

	Mercurio	Venere	Terra	Marte	Giove	Saturno	Urano	Nettuno	Plutone
T_1 °K	443	325	276	224	121	89	63	50	44
°C	170	52	3	—49	—152	—184	—210	—223	—229
T_2 °K	626	459	390	316	171	126	89	71	62
°C	353	186	117	43	—102	—147	—184	—202	—211

Le due serie dedotte non sono che dei casi particolari, però sono sufficienti per mostrare che *la temperatura che può raggiungere un corpo in uno spazio vuoto in cui la radiazione non sia uniformemente distribuita, può essere molto varia.*

Essa potrebbe raggiungere valori molto superiori ai precedenti in casi particolari che sfuggono ad una definizione particolare. Se ad esempio si ha un corpo circondato da uno strato che sia ben trasparente per la parte più rifrangibile dello spettro, opaco per le grandi

lunghezze di onda superiori a un certo valore, p. es. al limite rosso di visibilità, esso riceve l'energia che, provenendo da una stella, è ricca nelle piccole lunghezze d'onda, si scalda e irradia; ma poiché la sua temperatura è molto bassa, irradia in enorme prevalenza radiazioni a grande lunghezza d'onda per le quali lo strato avvolgente è opaco, quindi la sua temperatura deve crescere e potrebbe crescere anche molto rispetto ai valori della tabella.

Infatti se ad esempio la parte della radiazione incidente che viene assorbita dallo strato avvolgente è $\frac{1}{n}$ del totale, l'energia, che, attraversato lo strato protettore giunge al corpo è $\frac{n-1}{n} \cdot A_1$; il corpo in parte l'assorbe e irradia, ma della sua radiazione solo una parte molto piccola può sfuggire, ad es. $\frac{1}{p}$ del totale, si comprende quindi che la temperatura possa salire notevolmente al di sopra dei valori calcolati, infatti ammessa ancora la forma sferica con raggio r, il corpo riceverebbe

$$\frac{n-1}{n} \pi r^2 A_1 \quad \text{e ne tratterrebbe} \quad \frac{a\,(n-1)}{n} \pi r^2 A_1$$

per ogni secondo; se si ammette che abbia la stessa temperatura in ogni punto, emetterebbe

$$a_1 \cdot 4 \pi r^2 \sigma T^4$$

e di questa uscirebbe la frazione $\frac{1}{p}$.

L'equilibrio si avrebbe per

$$T = \sqrt[4]{\frac{a\,p\,(n-1)}{a_1\,n} \frac{A_1}{\sigma}}$$

e se n e p sono grandi rispetto all'unità, a e a_1 poco diversi tra di loro, questa temperatura può superare di molto quelle definite per lo spazio vuoto mediante le [11] e [12].

Come si è visto nella deduzione di due casi abbastanza tipici, quello della sfera e quello della lamiera sottile, nera dalla parte esposta ai raggi solari e perfettamente riflettente dall'altra, la temperatura dipende anche dalla forma del corpo; essa dipende pure da altre caratteristiche, ad es. dalla relazione fra potere riflettente e angolo d'incidenza dei raggi.

Quindi si può perfettamente spiegare il fatto recentemente osservato, con esplorazioni in altissima atmosfera, che all'altezza di un centinaio di km si siano registrate temperature di 100 e più gradi centigradi.

Infatti, a quelle altezze si può ritenere che la pressione sia tale (qualche centesimo di mm di mercurio o anche meno) che un termometro non registri più la temperatura dell'aria, ma che le sue indicazioni siano comandate esclusivamente dalla radiazione e pertanto mentre con un ricevitore sferico esposto alla radiazione solare si dovrebbero ottenere temperature intorno allo zero ordinario, con un ricevitore piano che sia nero dalla parte esposta normalmente ai raggi solari e speculare dall'altra parte, e si possano ottenere temperature di 100° e più.

Le osservazioni precedenti permettono anche di spiegare l'andamento del gradiente di temperatura.

Finché la massa d'aria intorno al punto di cui si esplora la temperatura è notevole, il termometro registra una temperatura complessa dovuta in parte al contatto con l'aria, in parte alla radiazione. Perciò la temperatura va diminuendo al crescere dell'altezza, perché diminuisce la temperatura dell'aria la quale riceve sempre meno calore dalla Terra e ne irradia sempre più liberamente verso il cielo. Però l'effetto della radiazione diventa sempre più sensibile rispetto a quello del contatto con l'aria, a mano a mano che la massa d'aria in contatto col termometro diminuisce. Questa potrebbe essere la ragione per cui nella stratosfera si ha una inversione che è stata registrata per la profondità di vari chilometri, talvolta estesa fra 12 e 20 km.

Ma fino a 20 km la densità dell'aria è ancora notevole: maggiore o uguale a $\frac{1}{13}$ della normale e quindi essa può essere ancora il principale fattore che determina la temperatura.

Invece all'altezza di 100 km questa densità è trascurabile, dell'ordine del centesimo di milligrammo per dm^3 e perciò il suo effetto nel determinare la temperatura del termometro diventa trascurabile e la temperatura è perciò determinata dalla radiazione.

Essa potrà quindi apparire con valori diversi a seconda del tipo di termometro adoperato. Un termometro a bulbo sferico annerito potrebbe indicare qualche grado in più o in meno dello zero ordinario; un termometro a bulbo piatto, nero dalla faccia rivolta al Sole e speculare dall'altra indicherebbe di piu, una lamina d'argento spe-

culare annerita solo dalla parte rivolta al Sole, 100° e più. Però nelle attuali condizioni della nostra conoscenza non si potrebbero prevedere temperature superiori a quella calcolata con la [5] anche salendo a varie centinaia di km sul livello del mare a meno che il corpo ricevente non funzioni nel modo indicato a pag. 8.

Milano — Istituto di Fisica del Politecnico — Aprile 1948.

RIASSUNTO

Si parla di due estensioni del concetto di temperatura.

La prima riguarda l'estensione a una particella elementare e si fonda sull'energia cinetica della stessa. Ne risulta che lo spettro di energia dei raggi cosmici presenta il massimo che corrisponde a una temperatura dello stesso ordine di quella di un corpo nero nel cui spettro il massimo si abbia per un fotone avente quella stessa energia.

La seconda è sulla temperatura del vuoto ed è fondata sull'intensità della radiazione che lo attraversa.

Un corpo situato nel vuoto assumerà una temperatura dipendente dalle sue condizioni di forma, di superficie, di posizione.

Ne risulta che a grandi altezze nella stratosfera un corpo potrebbe raggiungere temperature superiori a 100 *°C.*

ATTIVITA' DELL'ETNA NEGLI ANNI 1943-1946

G. PONTE

Riassumiamo i fenomeni più importanti che si sono manifestati sull'Etna durante il quadriennio 1943-46.

Dopo l'eruzione del 5 luglio 1942 il cratere centrale restò perfettamente calmo. La lava che era stata eruttata a fontana ed il materiale non coevo proiettato durante l'attività pliniana avevano coperto e livellato la terrazza craterica centrale ove si notavano delle spaccature dirette verso il cono intercraterico demolito. La bocca subterminale di NE, invece, era rientrata in attività esplosiva moderata, che divenne forte durante tutto il mese di dicembre e spesso fu vista la neve, fino alla Valle del Bove, oscurata dalla cenere caduta.

Nel 1943, malgrado la guerra ci tenesse in grande allarme, non furono tralasciate le osservazioni quotidiane che furono fatte da Catania fino a tutto il mese di aprile e da Taormina fino ai primi di agosto. Dopo l'occupazione anglo-americana della Sicilia furono riprese le osservazioni da Catania, mentre il custode dell'Osservatorio etneo, Vincenzo Barbagallo, rimasto alla stazione Cantoniera durante tutto il periodo dell'emergenza, ebbe occasione di visitare varie volte il cratere centrale e la bocca subterminale di NE che si mantennero ambedue calme.

Nel gennaio 1944 nulla di notevole fu visto sull'Etna. La mattina dell'11 febbraio apparve sulla neve del cono terminale un forte intorbidamento per la cenere ivi caduta durante la notte e che vi era stata lanciata da esplosioni avvenute nella Bocca di NE; difatti il 27 febbraio il custode dell'Osservatorio, che la visitò, la trovò in forte attività esplosiva con lancio di scorie roventi provenienti da due crateri. Tale attività si protrasse fino all'aprile. In maggio ritornò la calma. La terrazza craterica centrale, allora, presentava un tratto del suolo abbassato di circa 6 m sul lato SW e si vedevano delle spaccature che delimitavano la parte sprofondata che si estendeva fino al posto da dove il 5 luglio 1942 era venuta fuori la lava a fontana di cui abbiamo fatto cenno.

Fino alla metà del settembre 1944 il cratere centrale e la bocca

subterminale si mantennero calmi; il 15 avvennero delle esplosioni, probabilmente dalla bocca suddetta e giunse fino a Catania della cenere finissima. In seguito tutto restò calmo fino al giugno 1945. Nei primi di questo mese ripigliò intensa l'attività esplosiva alla bocca subterminale; le scorie venivano lanciate da due crateri gemelli fino all'altezza dell'orlo del soprastante cratere centrale. L'attività esplosiva continuò con intervalli vari di quiete fino al mese di ottobre, come poté riscontrare il custode dell'Osservatorio durante varie visite fatte al cratere centrale ove, il giorno 28 ottobre, osservò che si era aperta una buca di sprofondamento nel settore NE della terrazza craterica il cui diametro allora era di circa 10 m. Da questa buca esalavano pochi vapori solforosi.

Nel novembre e nel dicembre 1945 e per tutto il gennaio del 1946 l'Etna restò calmo. La mattina del 4 febbraio la neve che copriva il versante SE del vulcano apparve lievemente intorbidata e il giorno seguente la parte oscurata si fece più marcata e si estese fino alla Valle del Leone.

Nei mesi seguenti si potè notare da Catania una lieve attività alla bocca subterminale, che fu confermata dalle osservazioni fatte dal custode in varie visite al cratere.

Il 23 luglio 1946 l'assistente dell'Istituto di Vulcanologia, dott. Cucuzza, si recò sull'Etna accompagnato dal custode Barbagallo e potè osservare dall'orlo sud del cratere centrale che la buca di sprofondamento aveva forma circolare del diametro di circa 15 m; le sue pareti scendevano a picco ed un lievissimo fumo esalava dalla sua parte profonda. La bocca subterminale era attivissima: delle scorie roventi venivano lanciate fino all'altezza del cratere centrale fra abbondantissimo fumo solforoso.

Salvo qualche giorno d'intensissima attività esplosiva, come il 9 settembre, che furono visti bagliori da Catania durante la notte, la bocca subterminale si mantenne in moderata attività esplosiva e così continuò per tutto il mese di ottobre.

Nel novembre 1946 la cima dell'Etna restò quasi sempre coperta. Il giorno 6 si presentò, tanto al cratere centrale che alla bocca subterminale di NE, un bel pennacchio di fumo bianco, che fu visto anche il 27. Nei pochi giorni del dicembre che l'Etna restò scoperto il fumo apparve soltanto sulla bocca di NE con volute intermittenti, segno caratteristico di attività esplosiva.

Da quanto abbiamo riassunto dei fenomeni osservati sull'Etna nel

quadriennio 1943-1946 il vulcano si è presentato per lo più in attività esplosiva alla bocca subterminale di NE che trovasi a un livello notevolmente più basso della terrazza craterica centrale. Dalla buca di sprofondamento centrale raramente è apparso del fumo e solo il 15 novembre e l'11 giugno 1946, durante una eccezionale calma atmosferica, furono visti due alti fumaiuoli sulla cima del vulcano, uno esile proveniente dalla buca del cratere centrale e l'altro molto più grosso e più denso della bocca subterminale. Nelle giornate ventose, che sull'Etna sono le più frequenti, i due fumaiuoli apparivano confusi in unico pennacchio.

Catania — Istituto Vulcanologico Etneo dell'Università — 1947.

SULL'ORIGINE DEL CAMPO MAGNETICO TERRESTRE

ENRICO MEDI

Lo scopo della presente nota è di esporre nelle linee generali, un'ipotesi che potrebbe fornire la spiegazione della esistenza del campo magnetico della terra. Questa prima esposizione si limita esclusivamente ai punti fondamentali, senza entrare nella parte critica e negli aspetti particolari della teoria, che saranno dettagliatamente esposti in ulteriori note.

L'ipotesi è la seguente:
una corona di elettroni negativi, avente giacitura prossima a quella dell'equatore, circonda la terra; il suo raggio medio sia R. Gli elettroni si muovono lungo la circonferenza di raggio R. con velocità v

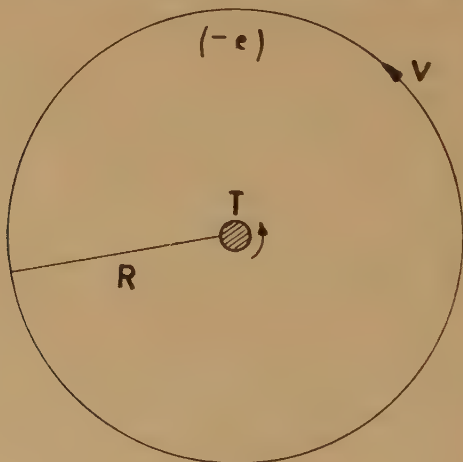


Fig. 1

nel senso stesso di rotazione della terra. Essi costituiscono una corrente elettrica, che produce un campo magnetico $\overline{H}$ diretto, nell'interno della corona, nel senso che va dal polo nord geografico al polo sud.

Attribuendo al pianeta una suscettività magnetica media χ, l'azione di questo campo primario $\overline{H}$ dà luogo ad una intensità di magnetizzazione media I: ne risulta un momento magnetico complessivo

M. Il campo da noi osservato sulla superficie della terra sarebbe dovuto, appunto, alla presenza di questo momento magnetico totale.

Le particelle elettriche si mantengono in equilibrio lungo l'orbita della corona, per l'azione di tre forze:

1) la forza di Lorentz F_L, che tende a piegare la traiettoria degli elettroni verso la terra. Essa è prodotta dal vettore induzione magnetica $\bar{B}$, (dovuto al momento magn. terrestre M) che agisce sugli elettroni in moto. Il vettore B è ortogonale al vettore velocità v.

2) Una forza elettrostatica F_e, derivante dal fatto che la terra ha sulla sua superficie una carica negativa. Questa forza F_e, tende ad allontanare gli elettroni dalla terra.

3) Una forza centrifuga F_c. Quest'ultima, dato il suo valore molto piccolo, in rapporto a quello delle due forze precedenti, è trascurata nei calcoli di prima approssimazione, che seguono.

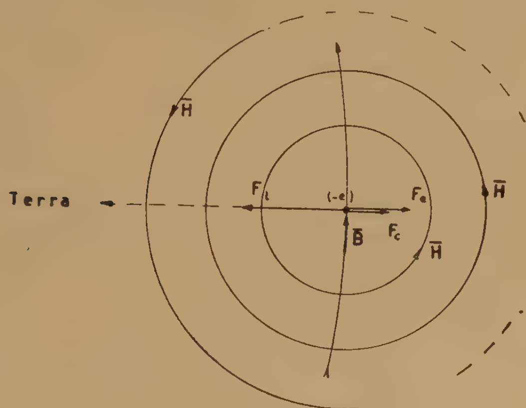


Fig. 2

Dalla impostazione delle ipotesi risulta come la corona elettronica sia causa della esistenza del campo magnetico della terra e questo, a sua volta, contribuisca alla stabilità della corona stessa.

La saturazione magnetica dei materiali, che costituiscono il pianeta, potrebbe essere la causa limitante il valore delle grandezze in gioco, dando ad esse delle condizioni stazionarie.

E' possibile che altri pianeti abbiano pure un campo elettrico e un momento magnetico di analoga origine. Così per il sole si potrebbe formulare una simile ipotesi, ammettendo però dei processi partico-

lari di induzione elettromagnetica, che, nell'attuale esposizione, non è il caso di svolgere.

Prima di esporre la parte analitica della trattazione, è opportuno per ragione di comodità, dare una tabella contenente il significato dei simboli usati e i valori delle grandezze fisiche, forniti dalla esperienza. (Il sistema usato è il sistema assoluto c.g.s.).

ϱ raggio della terra $= 6{,}37.10^{8}$
E valore medio del campo elettrico terrestre $= 3{,}33.10^{-3}$
Q carica totale della terra $= 1{,}5.10^{15}$
B valore del c.m.t. all'equatore $= 3.10^{-1}$
χ suscettività magnetica media $= 10$
I intensità media di magnetizzazione $= 8.10^{-2}$
M momento magnetico della terra $= 8{,}1.10^{25}$
v velocità delle particelle
e carica dell'elettrone $= 4{,}78.10^{-10}$
m massa dell'elettrone $= 9.10^{-28}$
n numero di particelle per cent. cubo della corona
s sezione della corona
R raggio della corona
c velocità della luce $= 3.10^{10}$
$\overline{H}_i$ campo primario indotto dalla corrente ionica sul pianeta
$\overline{B}$ vettore induzione magnetica, dovuto ad M, e agente sulle cariche in moto

$\omega = \frac{v}{R}$ velocità angolare delle particelle.

La forza di Lorentz F_L è:

$$\frac{\overline{B}\, e\, v}{c} = F_L$$

dove: $\overline{B} = \frac{M}{R^3}$ ed $M = \frac{4}{3}\pi\varrho^3 I$.

Ne deriva che

$$F_L = \frac{4}{3}\pi\frac{\varrho^3}{R^3} I \frac{e\,v}{c}$$

La forza elettrostatica repulsiva è

$$F_e = \frac{Qe}{R^2} \qquad Q = E\varrho^2 \qquad F_e = \frac{E\varrho^2 e}{R^2}$$

L'eguaglianza dei valori assoluti delle due forze dà la condizione di equilibrio dinamico:

$$\frac{4}{3}\pi I \frac{\varrho^3}{R^3}\frac{e\,v}{c} = \frac{E\,\varrho^2\,e}{R^2}$$

da cui si ottiene

$$\frac{E}{I} = \frac{4}{3}\pi \frac{\varrho}{R}\frac{v}{c} \qquad [1]$$

E' interessante osservare che, nella espressione [1], il campo elettrico del pianeta e l'intensità di magnetizzazione media sono legati al raggio del pianeta stesso e alla velocità angolare di rotazione delle particelle da una formula molto semplice e generale.

Per ottenere l'intensità di magnetizzazione I, è necessario che la corona produca un campo primario la cui media, nello spazio occupato dalla terra, sia tale che $I = \chi H$.

Date le grandezze di ϱ e di R si può scrivere con buona approssimazione

$$H = \frac{2\pi i}{c R} \qquad i = n\,e\,s\,v$$

e quindi:

$$I = \chi \frac{2\pi\, n\,s\,e\,v}{c\,R} \qquad [2]$$

Da questa si ottiene per ω l'espressione:

$$\frac{v}{R} = \omega = \frac{I\,c}{2\pi\, n\,s\,e\,\chi} = 0{,}47$$

che confrontata con quella ricavata dalla [1] dà:

$$\frac{3\,E\,c}{I\,4\pi\varrho} = \frac{I\,c}{2\pi\, n\,s\,e\,\chi}$$

da cui si ottiene il prodotto della concentrazione per la sezione della corona,

$$n\,s = \frac{2\,I^2\,\varrho}{3\,E\,e\,\chi} = 1{,}71.10^{17} \qquad [3]$$

Supponendo la concentrazione eguale a 1000 particelle per cent. cubo la sezione diventa eguale a quella di un rettangolo di area $1{,}71.10^{14}$ cm^2 cioè 17.000 km^2.

Per trovare il valore di R è necessario stabilire il valore di v,

in ogni modo R è compreso fra un valore massimo corrispondente a $v=c$, e minimo (non possibile) eguale a ϱ. Se si dà a v il valore di un decimo della velocità della luce risulta,

$$R=6{,}38.10^9$$

La carica totale della corona che risulta è

$$Q_c = 2\pi\, n\, e\, s\, R \qquad [4]$$

Questa carica tende per ragioni elettrostatiche a diffondersi nello spazio, per la repulsione fra le cariche stesse che la costituiscono.

L'azione di questa forza sarebbe compensata dal fatto che una carica positiva sufficiente è distribuita con simmetria cilindrica intorno alla terra, in un raggio minore di R. Tale carica positiva non influisce sul campo magnetico, perchè è trascinata con la velocità angolare stessa della terra.

Concludendo: se nella formula [4] si mette il prodotto ns dato dalla [3] si ha

$$Q_c = \frac{4}{3}\pi \frac{I^3}{E}\frac{\varrho}{\chi} R = 5{,}12.10^8\, R \qquad [5]$$

Questa formula ci dà la carica elettrica totale causa del fenomeno lasciando arbitrario (entro certi limiti) il raggio R, che l'esperienza (per esempio la riflessione di onde elettromagnetiche) potrebbe fissare.

Dalla teoria così succintamente esposta si possono trarre deduzioni atte ad illuminare alcuni particolari problemi del c.m.t., dei quali però ora si dà solo un brevissimo cenno.

a) Il campo si presenta all'osservatore terrestre come in massima parte dovuto a cause interne alla terra: infatti noi misuriamo il vettore induzione B che deriva dalla intensità di magnetizzazione interna del pianeta. Il campo primario H ci appare come opposto a B, al di fuori della superficie della terra e ne rappresenta una piccola percentuale: come appunto risulta dalla esperienza.

b) Il fatto, che sembra dedursi dallo studio delle variazioni secolari, che cioè il campo abbia in certe epoche mutato senso, si potrebbe pensare come prodotto o da un cambiamento del segno delle cariche ruotanti o da una inversione del senso di rotazione degli elettroni negativi.

c) le profonde anomalie della distribuzione del campo sulla superficie della terra si ricollegano alla asimmetria della distribuzione dei materiali interni della terra e specialmente di quelli compresi in uno strato superficiale di alcune diecine di chilometri, che sono quelli dotati della maggiore permeabilità magnetica.

d) le tempeste magnetiche dipendenti dalla attività solare, si potrebbero spiegare come derivanti da una variazione del momento magnetico solare, che induce nell'orbita della corona una forza elettromotrice, per la variazione di flusso che ne deriva attraverso la sua superficie.

Siamo forse in presenza di gigantesco betatrone cosmico?

Una simile considerazione applicata alle particelle ruotanti intorno al sole, potrebbe dare la spiegazione della genesi di particelle elettrizzate di grande energia.

e) Le variazioni diurne, l'effetto lunare e altri aspetti particolari si potrebbero inquadrare in una unica visione.

In ogni modo l'analisi particolare di ciascuno di essi sarà oggetto di prossime esposizioni.

Palermo — Istituto di Fisica dell'Università — giugno 1948.

RIASSUNTO

E' formulata una ipotesi che potrebbe dare ragione della esistenza del campo magnetico terrestre. Una corona di cariche elettriche ruotanti intorno alla terra genera un campo primario, da cui deriva la intensità di magnetizzazione esistente sul pianeta. L'equilibrio delle cariche della corona è dovuto all'azione della forza di Lorentz e di una forza di natura elettrostatica.

SULL'ORIGINE DELLE ONDE SUPERFICIALI ASSOCIATE ALLE ONDE S, SS, SSS, ...

Pietro Caloi

In alcune note precedenti ([1]) ho dato notizia dell'esistenza di alcuni sistemi di onde sismiche a carattere superficiale, oscillanti nel piano principale, associati alle onde *S*, *SS*, *SSS*.

Nelle ultime due — particolarmente nell'ultima — delle note citate, ho cercato di spiegarne la natura e il meccanismo di produzione, ritenendoli dovuti all'urto delle onde trasversali contro le stratificazioni terrestri.

Ognuna delle onde in parola era ritenuta originantesi ad una distanza determinata, in stretta relazione con le onde *S*, *SS*, ...: le *C* venivano attribuite all'urto delle *S*, le *SL* all'urto delle *SS*, ecc.

Si tentava spiegare l'aumento del periodo con la distanza, invocando l'azione della dispersione e si concludeva ritenendo le rispettive dromocrone costituire rami di iperbole tendenti asintoticamente alle dromocrone delle *S*, *SS*, rispettivamente.

Alcuni fatti rimasti senza plausibile spiegazione, mi hanno indotto a riesaminare il problema. Questo riesame mi ha condotto a formulare la seguente nuova ipotesi, che ritengo molto più attendibile della precedente.

Un'attenta osservazione mi ha consentito di chiarire che *le onde* C, SL, SM, ... *non sono legate ad un particolare tipo d'onda* (S, SS, SSS, *rispettivamente*) *ma ad un determinato valore dell'angolo di incidenza delle onde* S, SS,...; *nel senso che, p. es., l'onda* C *può essere determinata sia dalle* S, *che dalle* SS *o dalle* SSS, *purché queste incidano sempre sotto quel determinato angolo*. Ogni tipo d'onda ha quindi diverse distanze origini, a seconda che è destato da onde S, *SS*, *SSS*, ... Avviene così che l'onda *C* può originare a 7000-8000 km (per azione delle *S*), a 14000-15000 km (per azione delle *SS*), ecc.

Naturalmente, anche le *PS*, *PSS*,... in determinate condizioni, possono dar origine ad analoghi sistemi d'onde.

Per quanto si riferisce al meccanismo di produzione, va osservato che le onde $S(S_v)$ incidendo contro la superficie esterna della

Terra sotto l'angolo limite, presentano il fenomeno della *riflessione totale* (2). In questo caso, la teoria prevede la creazione di un particolare tipo di onda superficiale, a carattere longitudinale, conosciuta sotto il nome di *onda evanescente*.

Ciò presenta qualche analogia con il comportamento della luce nel caso appunto della riflessione totale. Esistono, in questo caso, nel secondo mezzo delle vibrazioni i cui piani d'onda sono i piani $x = \text{Cost.}$ (x, direzione di propagazione sulla superficie di separazione), e la cui ampiezza è proporzionale a e^{-mz} (m, grandezza dipendente dalla natura dei due mezzi, e dalle carateristiche della luce, è dell'ordine di $\frac{2\pi}{\lambda}$, essendo λ la lunghezza d'onda; z è positivo per il 2° mezzo). Da osservare che, nel caso della luce, la *riflessione non può essere totale che se il secondo mezzo non è troppo sottile; il fenomeno della riflessione totale fa quindi intervenire uno spessore finito del*

Fig. 1

Esempi di onde tipo *1* (C_1), con periodo di 35^s ca., originanti a distanza Δ- associate alla S; 2 Δ- associate alla SS; 3 Δ- associate alla SSS. (Riduzione ca. 3/5).

mezzo meno rifrangente. (V. p. es. a questo riguardo, A. Bruhat, « Cours de Physique Générale-Optique ». Masson, Paris 1947, p. 349).

Comportamento non diverso dovrebbero presentare le onde *S*, *SS*,... nel senso che anche per esse la riflessione totale richiede l'esistenza di un secondo mezzo finito, quale potrebbe essere la crosta terrestre, nei confronti del « mantello », da cui le predette onde provengono.

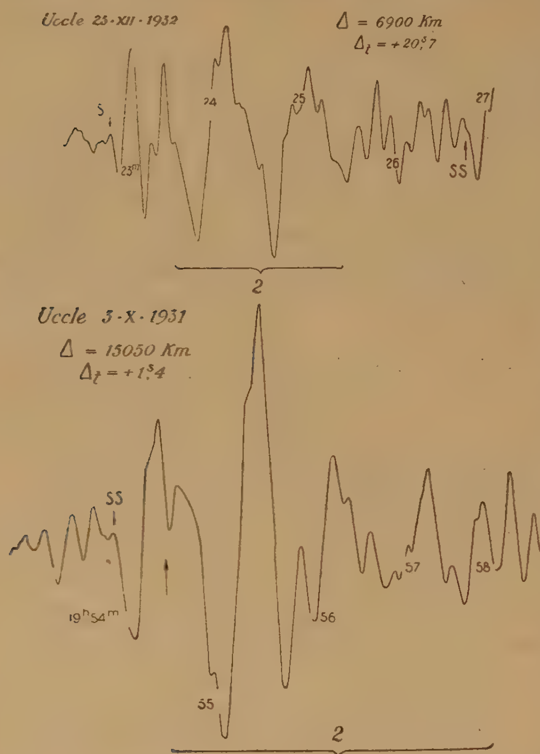


Fig. 2
Esempi di onde tipo 2 (C_0), con periodo di 48^s ca., originanti a distanza Δ- associate alla S; 2 Δ- associate alla SS. (Riduzione ca. 2/5).

A seconda che l'angolo limite viene raggiunto in corrispondenza dell'una o dell'altra superficie di discontinuità della crosta, l'onda superficiale che ne consegue sarà a periodo più o meno grande (massimo per la superficie di discontinuità più interna). Consegue che, a parità di altre condizioni, l'incidenza limite contro una determinata superficie di discontinuità, darà origine ad onde superficiali di uno stesso periodo *qualunque* sia la distanza epicentrale dei successivi punti in cui si verifica la riflessione totale (vedi figg. 1-2).

E' sintomatico, a questo riguardo, che l'incidenza sotto l'angolo limite si verifica per le onde *S* che incidono sotto lo strato del granito ad una distanza di 4000 km ca, mentre lo stesso angolo limite per incidenza delle onde *S* sotto lo strato del basalto viene raggiunto ad una distanza di 7000 km ca. A queste distanze (ed ai loro rispettivi multipli) si verificano le registrazioni di onde superficiali, rigo-

rosamente oscillanti nel piano principale, con periodi di 35^s ca. (onde C_1) e 48^s ca. (onde C_0) rispettivamente.

Pago, per ora, di questo breve cenno informativo, mi riservo di ritornare sull'argomento con una più sistematica documentazione del singolare fenomeno.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — maggio 1948.

BIBLIOGRAFIA

(1) CALOI P., *Due tipi di onde caratteristici tra le fasi S ed L di un telesisma: le onde SL ed SM.* « La Ric. Scientifica », V (1934).

— *A proposito delle onde SL ed SM...* « Boll. Com. Geod. e Geof. del C.N.R. », IV (1934).

— *Due nuovi tipi di onde sismiche alla luce di una teoria del Somigliana.* « Rend. Acc. Lincei », XXIII (1936).

— *Nuova onda a lungo periodo oscillante nel piano principale.* « Boll. Com. Geod. e Geof. del C.N.R. », VI (1936).

— *Sur une onde longue oscillant dans le plan principal.* « Publ. du Bureau Centr. Séism. Int., Trav. Scient. » XV (1937).

— *Sopra alcuni nuovi sistemi di onde sismiche a carattere superficiale oscillanti nel piano principale.* « Acc. d'Italia, Rend. », II (1940).

(2) H. JEFFREYS, *The Reflexion and Refraction of Elastic Waves.* « Royal Astr. Soc., Geophys. Suppl. », I, 328-329 (1926).

H. BOUASSE, *Séismes et sismographes*, 85-86 (1927).

GUTENBERG B., *Theorie der Erdbebenwellen*, « Handbuch der Geophysik », IV, 54-56 (1929)).

— *Energy Ratio of Reflected and Refracted Seismic Wawes.* « Bull. Seis. Soc. Am. », XXXIV (1944).

IONIZZAZIONE SPECIFICA PRIMARIA DELLA RADIAZIONE COSMICA NELL'ARIA

M. Santangelo

La determinazione della ionizzazione specifica primaria definita come « numero di coppie di ioni per unità di percorso » delle particelle elementari cariche di elevata energia (protoni, elettroni, mesoni) presenta grande interesse perché connessa con lo studio delle perdite di energia delle particelle veloci nell'interazione con la materia; tali perdite di energia si realizzano attraverso vari processi dei quali i più rilevanti sono: collisione ed irraggiamento.

Per la radiazione cosmica la ionizzazione misurata dà nelle comuni esperienze un valore mediato su tutto lo spettro che è costituito, come si sa, da particelle di massa ed energia variabili entro limiti molto larghi: le energie vanno da valori dell'ordine di 10^6 a 10^{11} eV. Le particelle di più bassa energia, $<10^6$ eV, vengono generalmente tagliate dalle pareti dei contatori impiegati nei dispositivi sperimentali, mentre il contributo alla ionizzazione dato dalle particelle dotate di energia $>10^{11}$ eV, essendo queste poco numerose (meno del 2% al livello del mare) ([1]), può in prima approssimazione essere trascurato.

Le misure sia della ionizzazione primaria che della ionizzazione totale (primaria + secondaria) vengono realizzate con metodi diversi ([2]): i risultati non sono sempre d'accordo tra di loro; in particolare nel caso della ionizzazione totale e della ionizzazione probabile ([3]) essi scartano, qualche volta anche di parecchio (50%), rispetto ai valori previsti dalla teoria.

La ionizzazione primaria si determina o con camera di Wilson ([4]) ovvero da misure sulla efficienza dei contatori di Geiger-Müller: quest'ultimo metodo introdotto da Cosyns ed altri ([5]), mentre è piuttosto semplice dal lato tecnico, può fornire risultati abbastanza precisi.

Nel corso di una ricerca sull'allestimento e l'impiego di contatori a basso rendimento riempiti con idrogeno puro ([6]), in vista dell'interesse che poteva presentare, abbiamo eseguita una misura della

ionizzazione specifica primaria nell'aria: è su questa misura che si riferisce nella presente nota.

Il metodo di cui sopra consiste nel far lavorare un contatore di G.M. in condizioni tali che una particella ionizzante attraversante il contatore abbia una probabilità di innescare la scarica, ed essere quindi registrata, minore dell'unità, e poiché tale probabilità risulta, tenuti costanti tutti gli altri parametri, funzione della ionizzazione primaria j della particella incidente, è chiaro come da una misura della efficienza del contatore: rapporto del numero delle particelle che attraversano il contatore al numero degli impulsi registrati, si possa risalire al valore di j.

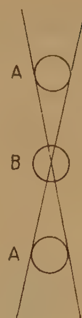


Fig. 1

Difatti se si ammette che:

1) basta la creazione di una sola coppia di ioni perché il contatore dia l'impulso;

2) sia trascurabile l'effetto delle pareti del contatore,

l'efficienza, come è stata definita avanti, risulta per particelle singole data dalla espressione (7)

$$K = 1 - e^{-ljp/p_0} \qquad [1]$$

dove l = cammino medio delle particelle nell'interno del contatore, p/p_0 = rapporto della pressione del gas a quella normale, e j = ionizzazione specifica primaria.

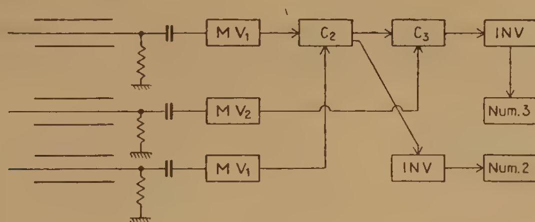


Fig. 2

Dispositivo sperimentale e misure. — La misura di K è stata eseguita con il metodo di Woodward e Street (8) che consiste essenzialmente nel registrare contemporaneamente le coincidenze doppie e le triple con un telescopio di contatori (fig. 1) dei quali i due estremi A tutti in ottone, erano riempiti con la solita miscela di Tröst (argon + alcool) e quello centrale B in vetro con catodo esterno, conteneva aria a bassa pressione; le coincidenze triple C_3 erano fatte tra i contatori A e B, le doppie C_2 tra i contatori estremi A.

In figura 2 è rappresentato schematicamente il sistema di registrazione degli impulsi, le fig. 3 e 4 danno i particolari dei multivibratori impiegati per amplificare ed equalizzare gli impulsi: il primo (fig. 3) è a spegnimento, esso viene impiegato per il contatore ad aria che dà impulsi lenti, il secondo (fig. 4) è normale. In

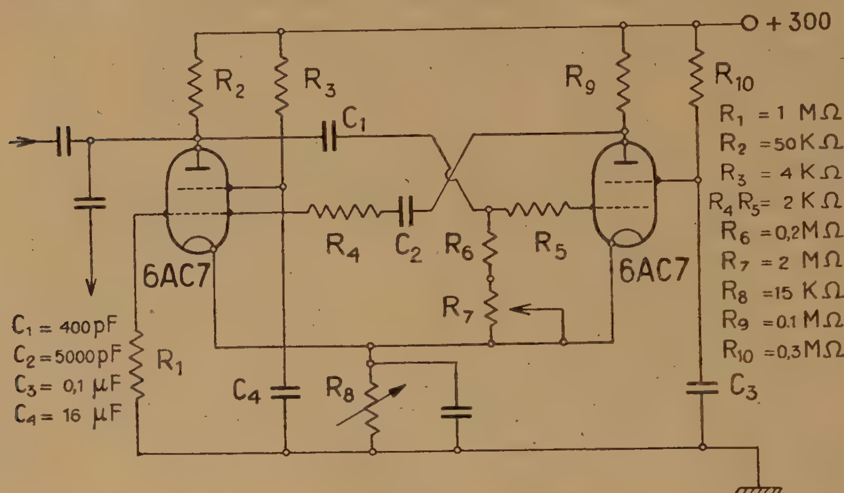


Fig. 3

fig. 5 è riportato lo schema di una comune coincidenza alla new-Rossi.

Nella tabella I sono raccolti i dati sperimentali con l'errore medio probabile, essi si riferiscono a misure effettuate con il contatore *B* riempito con aria alla pressione di 9,3 mm (questo valore è

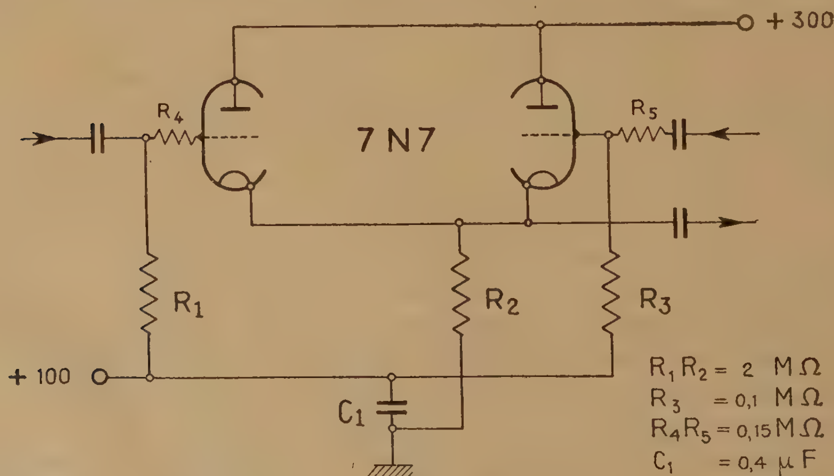


Fig. 4

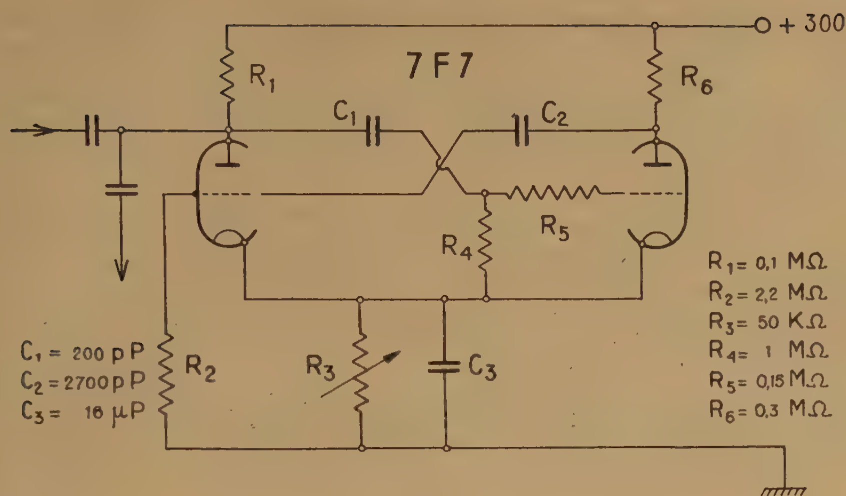


Fig. 5

stato corretto per la temperatura). Nelle colonne 4 e 5, $\Delta\ C_2/h$ e $\Delta\ C_3/h$, sono riportate le coincidenze spurie all'ora, doppie e triple casuali, la cui valutazione è stata fatta allontanando i contatori uno dall'altro di circa 1 m mantenendoli sullo stesso piano.

TABELLA I

Pressione in mm	C_2/h	C_3/h	$\Delta C_2/h$	$\Delta C_3/h$
9,3	77,7±2,8	17,0±1,4	23,0±1,3	1,0±0,03

L'efficienza del contatore B rispetto ai contatori estremi è data in conseguenza dal rapporto

$$K = \frac{C_2 - \Delta C_3}{C_2 - \Delta\ C_3} = 0{,}30 \pm 0{,}03$$

Il cammino medio delle particelle ionizzanti nell'interno del contatore è stato calcolato imponendo diverse semplificazioni, esso è risultato per la nostra disposizione sperimentale, $l_{\text{medio}} = 1{,}6$ cm ([6]).

Dalla formula [1], sostituendo, si ottiene

$$j = 17{,}9 \pm 2{,}3$$

Questo valore va corretto per le seguenti ragioni:

1) poiché l'impulso fornito dal multivibratore a spegnimento ha una durata di circa 5.10^{-3} sec. può capitare che qualche coincidenza tripla venga perduta per il fatto che il contatore centrale si trova in uno stato di latenza per un tempo piuttosto lungo, questo porta ad una correzione positiva sul valore del rendimento che si può valutare del 5%;

2) la seconda correzione, pure positiva, è dovuta al contributo dato alle coincidenze doppie e triple da parte degli sciami presenti nell'aria.

Una valutazione, sia pure grossolana, degli sciami è stata fatta spostando il contatore superiore in modo da portarlo fuori dell'angolo solido determinato dagli altri due, da queste misure risulta una correzione di circa il 5%; si ha così una correzione totale sul valore del rendimento di +10%; j corretto diventa allora

$$j = 20{,}5 \pm 2{,}3$$

Questo valore di j risulta essere la media pesata per le diverse energie dello spettro della radiazione che incide sul telescopio dei contatori; esso è in buono accordo con i valori trovati da altri autori sia con camere a nebbia ([9]) che con contatori a bassa pressione ([5]).

Certamente le misure in camera di Wilson si prestano a parecchie critiche specie quando si voglia determinare la ionizzazione primaria, questo metodo invero dà la possibilità di determinazioni molto precise della ionizzazione totale e di quella probabile. Per quanto riguarda poi il metodo dei contatori si può dire che esso è basato sulle due ipotesi già enunciate, sulla prima delle quali si può sollevare qualche dubbio ([10]); l'effetto delle pareti nelle nostre misure è stato ridotto al minimo con la sostituzione del catodo metallico interno con uno esterno: cura particolare è stata posta alla operazione del degassamento che, qualora difettoso, potrebbe causare la formazione di ioni negativi lenti con conseguente ricombinazione degli ioni stessi.

L'effetto dovuto alla ricombinazione nel caso dell'aria dovrebbe essere alquanto sensibile data la forte affinità elettronica dell'ossigeno, e in ogni modo questo effetto dovrebbe aumentare con la pressione interna del contatore. Una misura orientativa eseguita in questo senso, proverebbe questa nostra supposizione: nuove determinazioni sono necessarie per accertare quanto sia esatto per un contatore a basso rendimento, riempito con gas e a pressioni differenti, ammettere che basti una sola coppia di ioni creata in qualsiasi punto interno

del contatore per avere uno impulso: è ciò che ci proponiamo di fare in prossime misure.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — Maggio 1948.

RIASSUNTO

Con un metodo basato sulla misura della efficienza di un contatore di Geiger-Müller a bassa pressione, si determina la ionizzazione specifica media nell'aria della radiazione cosmica al livello del mare.

Il valore trovato è in accordo con quello misurato da altri autori, sia con lo stesso metodo che con camere di Wilson.

BIBLIOGRAFIA

(1) P. M. Blackett, *Proc. Roy. Soc. A*, 159, 1 (1937).
(2) E. J. Williams, *Proc. Roy. Soc.* 135, 108 (1932).
R. B. Brode, *Rev. of Mod. Phys.* 11, 222 (1939).
(3) E. J. Williams, *Rev. of Mod. Phys.* (1938).
(4) W. E. Hazen, *Phys. Rev.* 65, 259 (1944).
(5) M. G. E. Cosyns, *Nature*, 1938, 284 (1936).
W. E. Danforth and W. E. Ramsey, *Phys. Rev.* 49, 854 (1936).
(6) G. Martelli e M. Santangelo, In corso di stampa sul *Nuovo Cimento*.
(7) S. A. Korff. and W. E. Danforth, *Journ. Frank. Instit.* 228, 159 (1939).
(8) R. H. Woodward Wodward and I. C. Street, *Phys. Rev.* 46, 1032 (1934).
(9) E. J. Williams and Terroux, *Proc. Roy. Soc.* 126, 289 (1930).
Corson and R. B. Brode, *Phys. Rev.* 53, 773 (1938).
W. E. Hazen, *Phys. Rev.* 63, 107 (1943).
(10) J. De Vries and G. I. Sizoo, *Physica*. VI, 593 (1939).

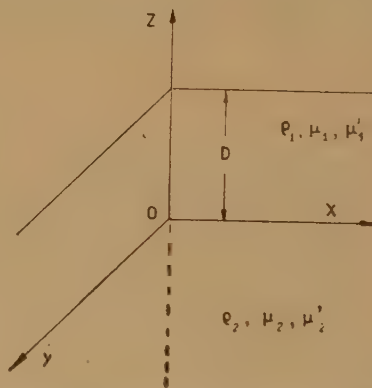
SULLE ONDE DI LOVE

PAOLO EMILIO VALLE

E' noto che nella fase massima di un terremoto appaiono onde trasversali tangenziali.

Love ne spiegò l'esistenza formulando una teoria che si basa sull'ipotesi di una stratificazione del mezzo in cui avviene la propagazione.

Love però non tiene conto delle azioni dissipative, pertanto ho ritenuto opportuno rifare la teoria nell'ipotesi che il mezzo stratificato presenti attrito interno. Si consideri il solito riferimento cartesiano posto come in fig. 1. Un'onda elementare piana trasversale-tangenziale si propaghi nel verso negativo dell'asse x. Dette ϱ_1, μ_1, μ'_1 la densità e le costanti elastiche del primo mezzo, ϱ_2, μ_2, μ'_2 le analoghe grandezze relative al secondo mezzo, lo spostamento v nel primo mezzo dovrà soddisfare all'equazione:



$$\mu_1 \Delta_2 v + \mu'_1 \frac{\partial}{\partial t} \Delta_2 v = \varrho_1 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad [1]$$

e nel secondo mezzo a quest'altra equazione:

$$\mu_2 \Delta_2 v + \mu'_2 \frac{\partial}{\partial t} \Delta_2 v = \varrho_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \qquad [2]$$

Le condizioni ai cui debbono soddisfare lo spostamento e la tensione T_1 per $z=0$ saranno:

$$\begin{aligned} &v \text{ (nel primo mezzo)} = v \text{ (nel secondo mezzo)} \\ &T_1 \text{ (nel primo mezzo)} = T_1 \text{ (nel secondo mezzo)} \end{aligned} \qquad [3]$$

e per $z=D$, dove con D si è indicato lo spessore dello strato:

$$T_1 = 0 \qquad [4]$$

L'espressioni della tensione T_1 sono:

$$T_1=\mu_1\frac{\partial v}{\partial z}+\mu'_1\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial z} \quad \text{nel primo mezzo}$$

$$T_1=\mu_2\frac{\partial v}{\partial z}+\mu'_2\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial z} \quad \text{nel secondo mezzo} \qquad [5]$$

Si è premesso di prendere in considerazione oscillazioni libere elementari, porremo quindi:

$$v=V(z)\,e^{j(pt+fx)} \qquad [6]$$

Sostituendo la [6] nella [1], si ha:

$$\frac{d^2V}{dz^2}-V\left(f^2-\frac{\varrho_1p^2}{\mu_1+j\mu'_1p}\right)=0$$

e quindi nel primo mezzo lo spostamento assume la forma:

$$v=\left[Ae^{(f^2-k_1)^{\frac{1}{2}}z}+Be^{-(f^2-k_1)^{\frac{1}{2}}z}\right]e^{j(pt+fx)} \qquad [7]$$

Sostituendo la [6] nella [2], si ottiene:

$$\frac{d^2V}{dz^2}-V\left(f^2-\frac{\varrho_2p^2}{\mu_2+j\mu'_2p}\right)=0$$

e quindi nel secondo mezzo:

$$v=\left[Ce^{(f^2-k_2)^{\frac{1}{2}}z}+Ee^{-(f^2-k_2)^{\frac{1}{2}}z}\right]e^{j(pt+fx)} \qquad [8]$$

Supponendo soddisfatta la condizione che la parte reale di $(f^2-k_2)^{\frac{1}{2}}$ sia positiva, si deve porre nella [8] $E=0$, se si vuole che l'ampiezza dello spostamento decresca con la profondità.

Pertanto:

$$v=Ce^{(f^2-k_2)^{\frac{1}{2}}z}\,e^{j(pt+fx)} \qquad [8']$$

Nella [7] e nella [8'] si è posto:

$$k_1=\frac{\varrho_1p^2}{\mu_1+j\mu'_1p}\quad,\quad k_2=\frac{\varrho_2p^2}{\mu_2+j\mu'_2p} \qquad [9]$$

Ricordando che:

$$\frac{\mu_1}{\varrho_1}=v^2_{1s}\ ,\ \frac{\mu_2}{\varrho_2}=v^2_{2s}\ ,\ \frac{\mu'_1}{\varrho_1}=\tau_1\,v^2_{1s}\ ,\ \frac{\mu'_2}{\varrho_2}=\tau_2\,v^2_2 \qquad [10]$$

si ha:

$$k_1 = \frac{p^2}{v_1{}^2{}_s(1+j\tau_1 p)} \quad , \quad k_2 = \frac{p^2}{v_2{}^2{}_s(1+j\tau_2 p)} \qquad [11]$$

Introducendo la [7] e la [8'] nelle [5] e imponendo le condizioni [3] e [4] si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} A+B=C \\ (\mu_1+j\mu'_1 p)(f^2-k_1)^{\frac{1}{2}}(A-B) = (\mu_2+j\mu'_2 p)(f^2-k_2)^{\frac{1}{2}} C \\ (\mu_1+j\mu'_1 p)(f^2-k_1)^{\frac{1}{2}}\left(A\ e^{(f^2-k_1)\frac{1}{2}D} - B\ e^{(f^2-k_1)\frac{1}{2}D}\right)=0 \end{cases} \qquad [12]$$

Supponendo per comodità $A=1$, risulta:

$$B = e^{(f^2-k_1)\frac{1}{2}D}$$

$$C = 1 + e^{(f^2-k_1)\frac{1}{2}D}$$

$$\frac{k_2}{k_1}\,\frac{\varrho_1\,(f^2-k_1)^{\frac{1}{2}}}{\varrho_2\,(f^2-k_2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{e^{-(f^2-k_1)\frac{1}{2}D} + e^{(f^2-k_1)\frac{1}{2}D}}{e^{-(f^2-k_1)\frac{1}{2}D} - e^{(f^2-k_1)\frac{1}{2}D}} \qquad [13]$$

Le prime due equazioni [13] consentono di calcolare B e C. Dalla terza, se si suppone dato f, si ricava p, che in generale sarà complessa e si ha un'onda smorzata, mentre se si suppone data p e si ricava f, la sua parte reale sarà proporzionale al reciproco della lunghezza d'onda, mentre il coefficiente dell'immaginario rappresenterà il coefficiente di assorbimento. Si ha dispersione in entrambi i casi.

La [13] si può scrivere:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1}\,\frac{\left(1+j\,\tau_2\,p\right)\left(f^2-\dfrac{p^2}{v_2{}^2{}_s(1+j\tau_2 p)}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1+j\,\tau_1\,p\right)\left(\dfrac{p^2}{v_1{}^2{}_s(1+j\tau_1 p)}-f^2\right)^{\frac{1}{2}}} = \mathrm{tang}\, D\left(\frac{p^2}{v_1{}^2{}_s(1+j\tau_1 p)}-f^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad [14]$$

Se ora nella [14] si pone $\tau_1 = \tau_2 = 0$ si ottiene la classica equazione di Love:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\left(f^2 - \frac{p^2}{v_{2s}^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{p^2}{v_{1s}^2} - f^2\right)^{\frac{1}{2}}} = \operatorname{tang} D \left(\frac{p^2}{v_{1s}^2} - f^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad [15]$$

Per $D=0$, dalla [14] e dalla [15] risulta rispettivamente:

$$f^2 - \frac{p^2}{v_{2s}^2 (1 + j\tau_2 p)} = 0 \quad , \quad f^2 - \frac{p^2}{v_{2s}^2} = 0 \qquad [16]$$

e si ha un'onda tangenziale trasversale non smorzata lungo l'asse z.

Il calcolo numerico della [14] è stato proposto all'Istituto per le Applicazioni del Calcolo in base alle costanti elastiche e ai valori più probabili degli spessori delle stratificazioni della crosta terrestre.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — febbraio 1948.

RIASSUNTO

L'A. estende la teoria delle onde superficiali trasversali-tangenziali di Love al caso in cui il mezzo stratificato presenti attrito interno.

LE DIMENSIONI DELLE SONDE RADIOATTIVE E L'EFFETTO DI CARICA SPAZIALE

Renato Cialdea

In un recente lavoro [1] è stata determinata teoricamente l'influenza della carica spaziale sul potenziale misurato da una sonda radioattiva, posta in un campo elettrico generato da due armature piane e parallele; nel caso lateralmente indefinito, furono trovati valori diversi da quelli ottenuti sperimentalmente [2] con una comune sonda a polonio; tale differenza può attribuirsi al fatto che l'azione ionizzante, era limitata ad un ristretto volume e quindi l'influenza della carica spaziale era notevolmente minore.

La presenza di una sonda radioattiva dà luogo a due distinte perturbazioni del campo elettrico in cui è immersa. Prima di tutto, il volume soggetto all'azione ionizzante si può considerare come un conduttore, dato l'elevato valore della concentrazione degli ioni d'ambo i segni ivi presenti, alterando quindi il campo elettrico: qualora il conduttore stesso potesse considerarsi lateralmente indefinito, di spessore p misurato lungo le linee di forza del campo e con carica spaziale esterna nulla, il potenziale presenterebbe l'andamento della spezzata *b*) della fig. 1. La retta *a*) della stessa figura rappresenta ovviamente il potenziale misurato da una sonda di spessore trascurabile rispetto alla distanza delle armature, sempre con carica spaziale nulla al di fuori della sonda. La seconda perturbazione comincia a far sentire la sua influenza allorché gli ioni che si trovano all'esterno del volume soggetto all'azione ionizzante hanno una densità tale che la carica spaziale non possa essere trascurata; in questo caso il potenziale assume l'andamento rappresentato dalla curva teorica *c*). Da quanto ora detto, è prevedibile che la dimensione della sonda lungo le linee di forza del campo influirà principalmente sulla lunghezza dei trattini orizzontali della *b*) e della *c*) (fig. 1) e sul valore del campo elettrico nell'interno del condensatore; invece le altre due dimensioni

---

(1) R. Cialdea - A. Lo Surdo - G. Zanotelli, *Ann. di Geofisica,* I, 2, 155 (1948).
(2) R. Cialdea - A. Lo Surdo, *Ann. di Geofisica.* I, 1, 49 (1948).

misurate normalmente alle linee di forza influiranno piuttosto sull'effetto della carica spaziale. Infatti, poichè i valori sperimentali ottenuti con una sonda comune sono risultati più vicini alla spezzata *b*) che non alla curva *c*), è da attendersi che, aumentando le dimensioni trasversali della sonda, ci si debba avvicinare al caso lateralmente indefinito. Consideriamo infatti la sezione del volume soggetto all'azione ionizzante, misurata parallelamente alle armature del condensatore: gli ioni provenienti dalla sua periferia seguono le linee di forza soggette alle perturbazioni ai bordi e quindi vanno diradandosi con una densità che diminuisce rapidamente man mano che si allontanano; gli altri invece, provenienti dalla sua zona centrale, seguono le linee di forza non perturbate e quindi si mantengono paralleli con una densità pressocchè costante. Di conseguenza è prevedibile che i primi diano all'effetto della carica spaziale un contributo molto più piccolo dei secondi; una sonda reale e quindi finita potrà essere perciò assimilata alla sonda teorica indefinita, allorchè i primi siano in numero trascurabile rispetto ai secondi, cioè allorchè le perturbazioni ai bordi del suo volume soggetto all'azione ionizzante possano essere trascurate.

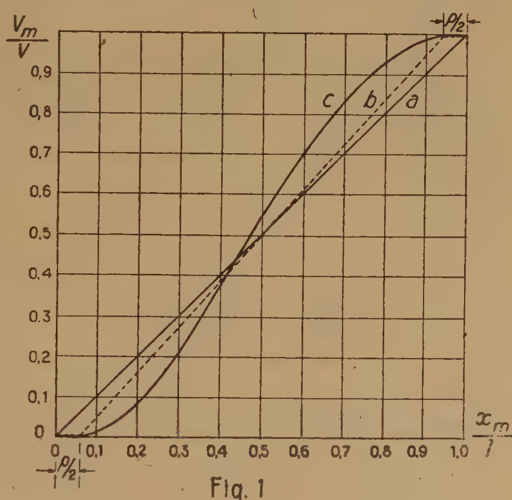


Fig. 1

Allo scopo dunque di studiare l'influenza effettiva delle dimensioni e della forma di detto volume nei riguardi dell'effetto della carica spaziale, ho condotto altre esperienze con un numero maggiore di sonde, sia ponendole tutte su una sola fila, sia distribuendole su un telaio quadrato a maglie larghe.

Per questa ricerca ho realizzato un metodo di misura che mi ha permesso di eliminare quasi del tutto gli errori causati da eventuali

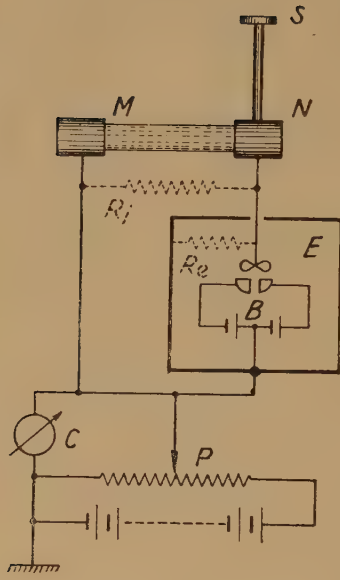


Fig. 3

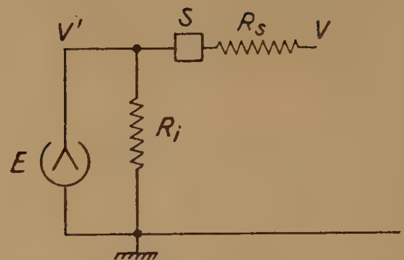


Fig. 2

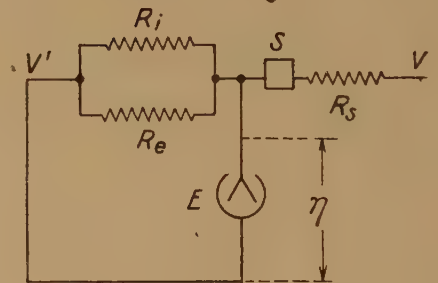


Fig. 4

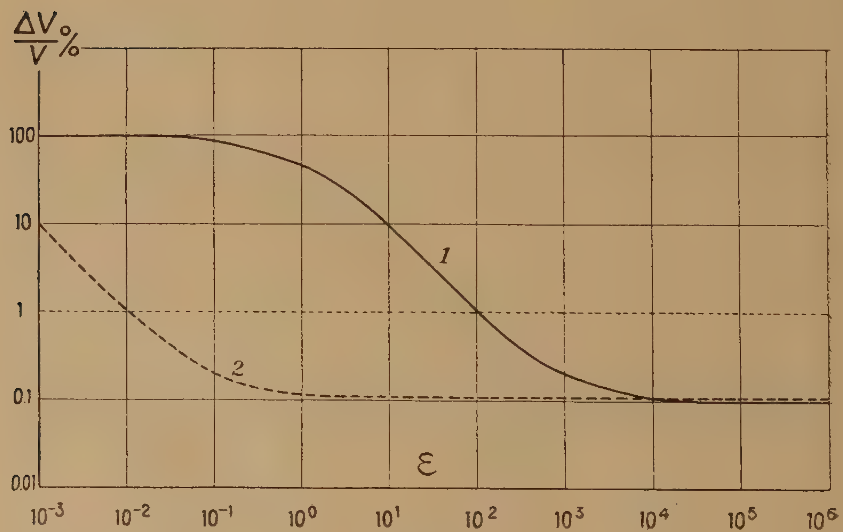


Fig. 5

perdite dovute ad isolamento non perfetto. E' noto infatti ([3]) che, se il sostegno isolante della sonda ha una resistenza R_i di valore finito, il potenziale V' misurato dall'elettrometro è legato, indicando con R_s la resistenza apparente della sonda, al potenziale V del punto in cui essa si trova (fig. 2) dalla relazione

$$V' = V \frac{R_i}{R_i + R_s} = V \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon},$$

dove si è posto $\varepsilon = R_i/R_s$. Se ne deduce che l'errore relativo della misura è

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{1+\varepsilon}$$

E' necessario però tener conto anche dell'errore σ di lettura dello strumento nella misura di potenziale considerata: quindi per l'errore massimo complessivo si ha

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{1+\varepsilon} + \frac{\sigma}{V}$$

Nella fig. 5 è riportato (curva 1) l'andamento di questo errore in funzione del rapporto ε nel caso: $V = 100$ volt, $\sigma = 10^{-1}$ volt.

Il metodo adoperato nella presente ricerca, oltre ad annullare quasi del tutto le perdite per isolamento non perfetto, dà la possibilità di misurare il potenziale assunto da una sonda radioattiva mediante uno strumento elettromagnetico a bassa resistenza. Tale metodo consiste nel porre sull'isolante che sostiene la sonda S un conduttore metallico di guardia M, che può essere portato a potenziali diversi mediante un sistema potenziometrico P (fig. 3): quando tale conduttore ha lo stesso potenziale della sonda, non vi può essere più corrente di dispersione verso terra attraverso il sostegno isolante posto tra M ed N e quindi il sistema funziona come un isolatore perfetto. Per accorgersi che M ed S abbiano lo stesso potenziale, l'elettrometro, montato in modo simmetrico, ha collegato l'ago ad N e la custodia isolata al centro della batteria ausiliaria B ed al conduttore di guardia N. Anche la resistenza di isolamento dell'elettrometro, tra l'ago e la custodia, si può considerare come una resistenza R_e posta in parallelo a quella R_i dell'isolante MN che sostiene la sonda. Un voltometro C che può essere sia elettro-

([3]) H. Benndorf, *Wien. Ber.* 118, 1174 (1909).

statico che elettromagnetico, misura il potenziale rispetto a terra di *M* e quindi di *S*, allorchè l'elettrometro è stato riportato a zero.

Dallo schema elettrico della figura 4 si può determinare quale sia l'approssimazione delle misure, quando si commetta un errore η di lettura intorno allo zero dell'elettrometro. Per determinare la differenza di potenziale esistente tra *M* ed *N*, dovuta ad una eventuale corrente di dispersione attraverso l'isolante *MN*, occorre trovare quale sia il valore massimo che può assumere tale corrente senza che l'elettrometro accusi una differenza di potenziale apprezzabile ai capi dell'isolante. Sia η la differenza di potenziale minima apprezzabile ed i la corrente di dispersione, si ha

$$\eta = i \frac{R_i R_e}{R_i + R_e} \qquad ; \qquad V - V' - \eta = i R_s$$

da queste si ottiene l'errore relativo

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\eta}{V} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}$$

dove si è posto
$$\varepsilon = \frac{R_i R_e}{R_s(R_i + R_e)}$$

tenendo inoltre conto dell'errore σ di lettura dello strumento *C* si ottiene, per l'errore totale

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\eta}{V} \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} + \frac{\sigma}{V}$$

Nella fig. 5 è riportato (curva 2) l'andamento di tale errore in funzione del rapporto ε e nel caso $V = 100$ volt, $\eta = 10^{-2}$ volt e $\sigma = 10^{-1}$ volt.

Si vede subito che, mentre col primo metodo si possono ottenere delle misure con una approssimazione dell'1% per valori della resistenza di isolamento compresi tra infinito e 100 volte quella della sonda, nell'altro le misure possono essere estese a valori molto più bassi della resistenza di isolamento e cioè fino ad un centesimo di quella della sonda.

Le misure sono state eseguite ponendo le sonde in un campo elettrico uniforme, generato artificialmente mediante due grandi piani metallici, disposti parallelamente tra loro ad una distanza di 88 cm, tra i quali si applicava una differenza di potenziale. L'elettro-

metro adoperato era a quadranti con una sensibilità di 10^{-1} volt/divisione, mentre lo zero si poteva apprezzare con una precisione del centesimo di volt; il potenziale del conduttore di guardia veniva misu-

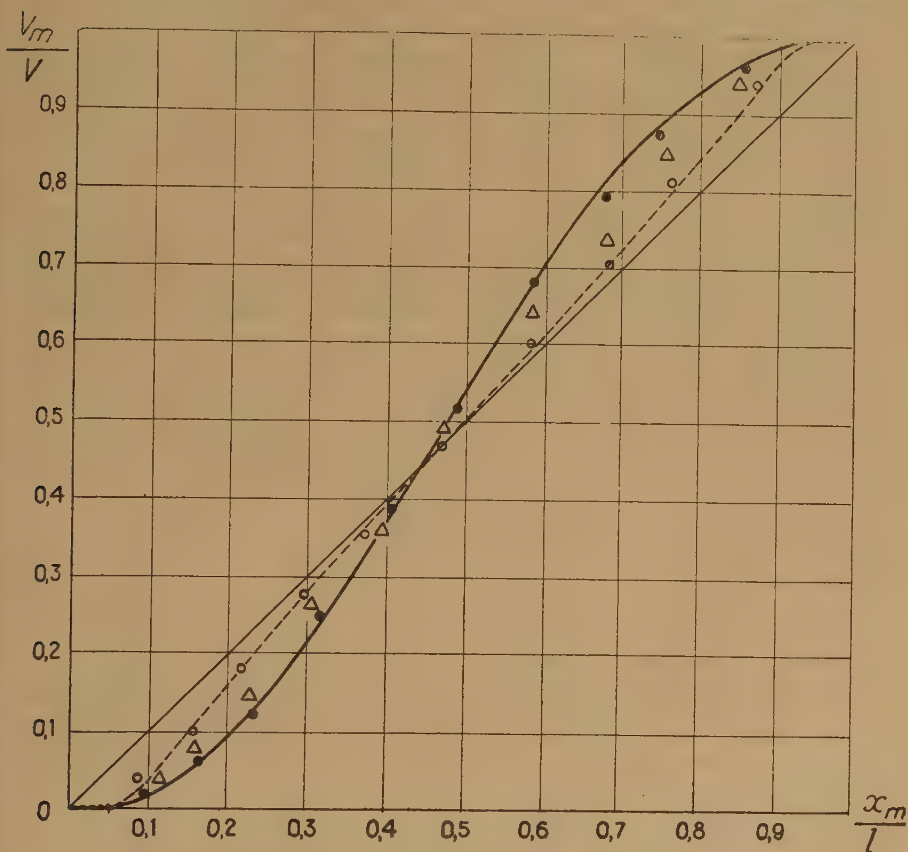


Fig. 6

rato da un voltmetro elettromagnetico di 250.000 ohm di resistenza interna.

Come è stato già detto, era da attendersi che le dimensioni della sonda misurate normalmente alle linee di forza del campo, fossero quelle che influissero sull'effetto della carica spaziale; per questa ragione ho aumentato la sezione del volume soggetto all'agente ionizzante, parallela alle armature del condensatore: i risultati sono stati riportati nella fig. 6. In questa figura sono tracciate, tra l'altro, la retta dell'andamento del potenziale nell'interno del condensatore, in

assenza della sonda e la curva teorica di una sonda lateralmente indefinita (curva a tratto pieno).

Sonda singola. — La sonda consiste in un disco metallico di 12 mm di diametro, con una delle due facce piane ricoperta di polonio. Lo spazio soggetto all'azione ionizzante delle particelle α si può ritenere che abbia una sezione di circa 25 cm^2, quando la superficie attiva è normale alle armature del condensatore. L'andamento del potenziale da essa assunto è riportato nella curva a trattini della fig. 6.

Sonda rettilinea. — Per aumentare le dimensioni, ho adoperato anzitutto un'asta metallica sottile, lunga 28 cm, dove potevano essere sistemate 23 sonde uguali alla precedente, una a fianco dell'altra. Tale asta veniva naturalmente collocata nel campo elettrico con il lato più lungo parallelo alle armature del condensatore. La sua sezione era di circa 125 cm^2, cioè cinque volte quella singola. Alcuni dei valori ottenuti sono stati riportati con dei cerchietti nella fig. 6: si vede subito che essi si discostano di pochissimo da quelli trovati con la sonda singola.

Sonda quadrata. — Essa è costituita da un telaio quadrato a due maglie entro il quale potevano essere sistemate otto sonde. Anche esso veniva collocato nel campo parallelamente alle armature del condensatore. La sua sezione aveva una area di 125 cm^2 e le superficie attive erano disposte in modo che nell'interno del telaio si estendesse dappertutto l'azione ionizzante delle particelle α. Alcuni dei valori ottenuti sono riportati con dei triangoli nello stessa fig. 6. E' interessante confrontare le misure eseguite con la sonda rettilinea e con quella quadrata, poiché a parità di sezione esse mostrano un comportamento nettamente diverso: l'effetto della carica spaziale infatti è pressoché nullo per la prima, mentre per la seconda è già nettamente sensibile, pur non raggiungendo ancora i valori teorici della sonda lateralmente indefinita.

Grande sonda piana. — In fine ho aumentato ancora la sezione realizzando una sonda di circa 720 cm^2. A tale scopo ho adoperato un telaio a tre maglie dove potevano essere sistemate 27 sonde. Anche per questo tipo, le superfici attive erano disposte in modo che tutto lo spazio interno del telaio fosse sede dell'azione ionizzante delle

particelle α. I risultati ottenuti sono stati riportati nella fig. 6 con dei cerchietti pieni. Con queste dimensioni si ha già un effetto di carica spaziale molto notevole e quasi prossimo a quello teorico della sonda lateralmente indefinita.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — Maggio 1948.

RIASSUNTO

Nella presente Nota sono riportate alcune esperienze per determinare l'influenza delle dimensioni di una sonda radioattiva sull'effetto di carica spaziale nella determinazione del potenziale elettrico; si è così verificata una formula teorica che presentava degli scarti rispetto alle misure sperimentali eseguite con sonde comuni a polonio.

NUOVO METODO PER LA MISURA DEL CONTENUTO RADIOATTIVO DELL'ARIA TELLURICA

G. Aliverti

Con l'intento di rendere più significative le misure di radioattività dell'aria tellurica, che in questo momento interessano in particolar modo la Geofisica e la Geofisica Applicata, recentemente ho ideato e realizzato un nuovo metodo per la misura quantitativa del contenuto di emanazione radioattiva (radon, toron, actinon) dell'aria tellurica: il metodo è esente dalle incertezze che gravano per esempio sul metodo di Elster e Geitel per il fatto che non rimane ben precisato il volume dal quale si aspira l'aria che poi si analizza. Il nuovo metodo consiste essenzialmente nell'attivare un elettrodo posto in una cavità cilindrica verticale del terreno mantenendovelo per un certo tempo ad elevato potenziale elettrico negativo e nell'esaminare poi in camera di ionizzazione l'attività conquistata da esso elettrodo.

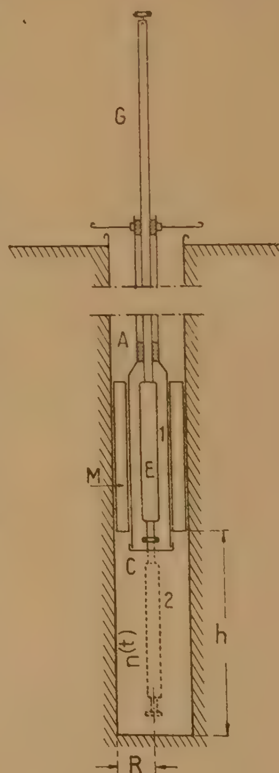


Fig. 1

Per aumentare al massimo possibile l'attività raccoglibile dall'elettrodo, in un determinato intervallo di tempo, (e ciò può essere indispensabile in terreni debolmente radioattivi) conviene di eseguire una chiusura preventiva del foro di esperienza e perciò l'apparecchio per la raccolta dell'attività è così costituito: l'elettrodo da attivare è contenuto in un astuccio metallico A (vedi fig. 1) sostenutovi da un gambo metallico G isolato elettricamente dalle pareti dell'astuccio. L'astuccio porta nella parte inferiore un manicotto M di gomma a doppia parete che si può gonfiare; la parete del foro praticato nel terreno è rivestita da un tubo, di grès nel nostro caso, ben aderente al terreno. Intro-

dotto nel foro l'astuccio contenente l'elettrodo e munito di coperchietto C, viene gonfiato il manicotto di gomma; con questa operazione, al fondo del buco, sotto l'astuccio rimane libero un po' meno di mezzo metro di foro; la concamerazione così formata sotto l'astuccio rimane chiusa e senza comunicazione diretta con l'aria atmosferica.

La chiusura del foro ottenuta nel modo ora detto, si fa durare per un certo numero di ore, dopo di che si spinge l'elettrodo E fuori dall'astuccio dalla posizione 1 alla posizione 2, gli si applica immediatamente una differenza di potenziale rispetto all'astuccio (connesso elettricamente con la terra) per un tempo determinato, un'ora per es., e poi si ritira l'elettrodo nell'astuccio, si sgonfia il manicotto di gomma, si toglie l'astuccio dal foro, si preleva l'elettrodo e lo si porta nella camera di ionizzazione per misurarvi l'attività.

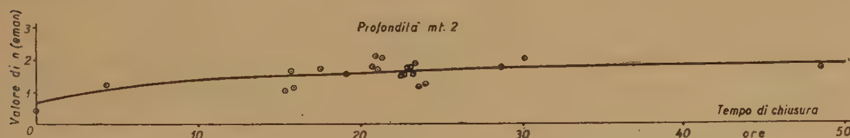


Fig. 2

Con il dispositivo ora descritto, usato in due pozzetti profondi rispettivamente m 2 e m 3 si sono eseguite numerose misure dal giugno 1947 fino allo scorso febbraio, allo scopo di precisare le caratteristiche di funzionamento dell'apparecchio.

Le misure sono state fatte avendo di mira la soluzione dei seguenti problemi:

1. — Determinare l'influenza della durata di chiusura preventiva del pozzetto sulla quantità di emanazione esistente nel pozzetto stesso e confrontare i dati sperimentali con alcune considerazioni teoriche relative al rifornimento di emanazione dal suolo verso il pozzetto. Le figure 2 e 3 raccolgono l'insieme delle misure eseguite nei due pozzetti e in ciascuna di esse è tracciata la linea che meglio rappresenta i risultati; sulle ascisse sta la durata preventiva di chiusura del pozzetto, sulle ordinate l'attività osservata sull'elettrodo dedotta dall'osservazione al minuto 20 della disattivazione.

2. — Determinare il tipo di radioattività contenuto nell'aria tellurica di Pavia; a questo scopo è stato necessario calcolare le curve teoriche di disattivazione relative alle tre emanazioni radioattive esi-

stenti in natura; l'uso di tali curve nella interpretazione della curva sperimentale ha permesso di stabilire che a Pavia è presente essenzialmente soltanto il radon.

3. — Rendere quantitativo il metodo confrontandolo con un altro metodo quantitativo. A questo scopo è stata usata la camera

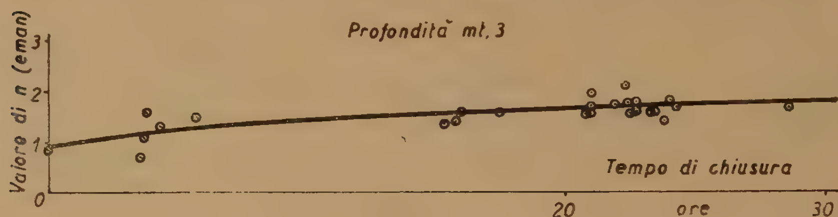


Fig. 3

di raccolta Aliverti-Lovera [1] per il prelievo dell'aria tellurica e successiva attivazione di un elettrodo posto in essa e caricato negativamente (vedi fig. 4). Questo confronto, unitamente ad altre misure eseguite con l'apparecchietto di fig. 1 munito successivamente di elettrodi di varia lunghezza, ha permesso di stabilire che con l'elettrodo del nuovo apparecchio Aliverti, nelle condizioni indicate più sù, si depaupera di RaA l'aria del tratto cilindrico occupato dall'elettrodo. Il confronto in questione e la conoscenza delle curve di fig. 2 e fig. 3 hanno permesso infine di elaborare tutti i dati sperimentali rendendoli omogenei e quindi atti alla formazione di valori medi; da tali valori medi è stato possibile individuare i fattori meteorologici influenzanti il contenuto radioattivo dell'aria tellurica.

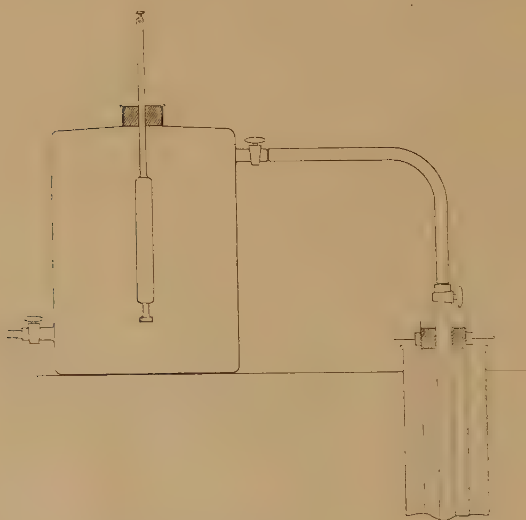


Fig. 4

Dall'insieme dei risultati numerici raccolti nel corso della ricerca si traggono le seguenti conclusioni:

(1) *G. Aliverti* - *G. Lovera*, Ric. Scient., XI, 4, 235.

A. — Il contenuto in radon dell'aria tellurica di Pavia (Osservatorio Geofisico a S. Spirito) alla profondità fra 2 e 3 m è circa costante ed equivalente a una radioattività sull'elettrodo di 1,6 eman; questa radioattività corrisponde nell'aria tellurica a un contenuto dell'ordine di 10^4 atomi di radon per centimetro cubo.

B. — A pressione diminuente il contenuto radioattivo dell'aria tellurica è in media maggiore che a pressione crescente; infatti le medie sono:

	profondità m 2	profondità m 3
pressione decresc.	1,724 eman	1,681
» cresc.	1,415	1,544

C. — Esiste una sensibile differenza fra l'attività che si trova a terreno secco e quella a terreno bagnato:

	profondità m 2	profondità m 3
terreno asciutto	1,676	1,675
» bagnato	1,502	1,592

D. — Si è cercata e non si è trovata una relazione con la velocità del vento.

E. — Il nuovo metodo ha permesso infine di studiare le condizioni di diffusione del radon dal terreno verso l'aria del pozzetto tenuto aperto.

La presente ricerca è stata eseguita a Pavia nell'Osservatorio dell'Istituto Nazionale di Geofisica con un contributo del Consiglio Nazionale delle Ricerche. Credo doveroso ringraziare la Ditta Pirelli che, non essendo possibile trovare in commercio in conseguenza degli eventi bellici i materiali isolanti e di gomma occorrenti, ha fabbricato espressamente e donato detti materiali.

La ricerca che qui è esposta sommariamente verrà pubblicata per esteso nella Rivista Geomineraria, stampata a cura dell'Istituto di Geofisica applicata del Politecnico di Milano.

Istituto Nazionale di Geofisica — Osserv. di Pavia — giugno 1948.

SUI PERIODI DI OSCILLAZIONE LIBERA DEL VERBANO

PIETRO CALOI

1. — In un lavoro precedente, dedicato alle sesse del lago Maggiore ([1]), osservavamo che la forma della curva normale relativa al lago era così complicata da rendere « ardua se non impossibile » l'applicazione di uno dei metodi proposti da Chrystal. Ho voluto egualmente cimentarmi in questo senso, anche perché, la complessità del lago fa sì che i valori calcolati per i periodi delle sesse relative siano sensibilmente diversi a seconda del metodo usato, specie per quanto si riferisce alle oscillazioni di minor nodalità.

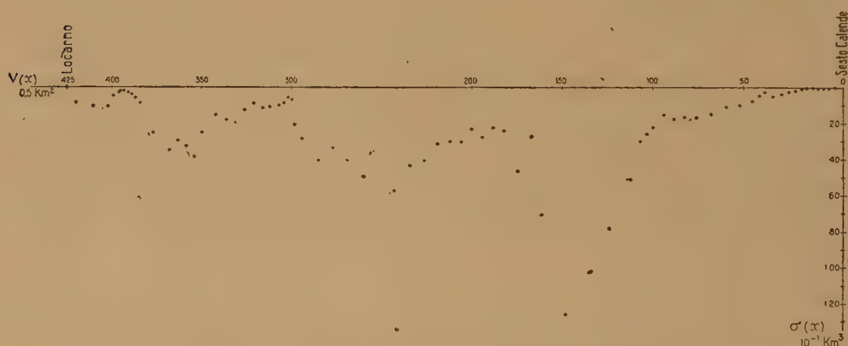


Fig. 1

Fra quelli proposti da Chrystal, ho ritenuto che il solo metodo che schematizza la curva normale in tratti rettilinei raccordati fosse applicabile, con qualche speranza di successo.

Nella seconda parte di un mio lavoro sulle sesse del Garda ([2]) ho riassunto la relativa teoria, rettificando una sua inesattezza. Pertanto, mi limito qui a riportare le equazioni che danno gli spostamenti orizzontale e verticale

$$\left.\begin{aligned} \xi w &= \left\{ A\,J_1(w) + B\,Y_1(w) \right\} \sin n(t-\tau) \\ \zeta &= \frac{h'}{2a} \left\{ A\,J_0(w) + B\,Y_0(w) \right\} \sin n(t-\tau), \end{aligned}\right\} \qquad [1]$$

dove a, h sono costanti legate dalla relazione $h(x)=h(1-\frac{x}{a})$, relativa al fondo del lago (supposto a tratti rettilinei), A e B costanti che risultano dall'integrazione dell'equazione di Chrystal, $J_i(w)$, $Y_i(w)$ — $i=0,1$ — funzioni di Bessel e Neumann dell'argomento

$$w=2na\sqrt{1-x/a}\,\big/\sqrt{gh}\,, \qquad [2]$$

essendo $n=\frac{2\pi}{T}$ (T = periodo).

La curva normale del Verbano, quale fu da noi determinata con una fitta rete di 77 sezioni su una carta batimetrica al 50000, è riprodotta nella fig. 1.

La schematizzazione che ne ho fatto è del tipo rappresentato nella fig. 2. Poniamo

$$\begin{array}{lllll} O_1A_1=a_1 & O_3A_3=a_4 & O_1M=h_1 & O_3Q=q & MA_2=2 \\ O_1A_2=a_3 & O_1O_3=r_2 & O_1O_2=r_1 & O_3N_2=h_3 & N_1A_0=3 \\ O_2A_0=a_2 & O_2N_1=h_2 & O_2P=p & A_1M=1 & N_2A_3=4. \end{array}$$

Riferiamo la curva normale così schematizzata a tre sistemi di assi cartesiani ortogonali. L'origine del primo sistema sia in O_1; l'asse x_1 diretto positivamente verso A_1, l'asse y_1 positivamente verso M. Questo primo sistema rappresenta la parte di curva normale fra N_2 e N_1. Sia O_2 l'origine del secondo sistema cartesiano. Le coordinate di O_2 rispetto al primo sistema sono $(+r_1, o)$; x_2 è inteso positivo da O_1

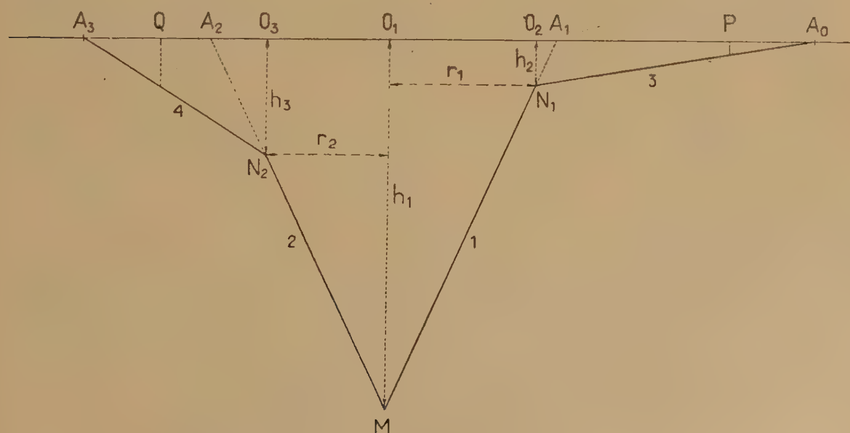


Fig. 2

verso O_2, y_2 positivo da O_2 verso N_1. Il terzo sistema ha origine in O_3, x_3 essendo positivo contato verso O_1, y_3 positivo da O_3 verso N_2.

Le coordinate di O_3 rispetto al primo sistema sono $(-r_2, o)$. Ecco le equazioni delle rette 1 e 2, riferite al primo sistema:

$$h_1(x)=h_1\left(1-\frac{x}{a_1}\right), \quad h_2(x)=h_1\left(1+\frac{x}{a_3}\right). \qquad [3]$$

L'analoga della 3 riferita al secondo sistema

$$h_3(x)=h_2\left(1-\frac{x}{a_2}\right) \qquad [4]$$

e quella della 4 riferita al terzo sistema

$$h_4(x)=h_3\left(1+\frac{x}{a_4}\right) \qquad [5]$$

Vengono inoltre le relazioni

$$a_1=r_1\frac{h_1}{h_1-h_2} \quad ; \quad a_3=r_2\frac{h_1}{h_1-h_3}.$$

Poniamo, ricordando la [2],

$$\begin{cases} w_1=\dfrac{2na_1}{\sqrt{gh_1}}\sqrt{1-\dfrac{x}{a_1}} \; ; \; \alpha_1=\dfrac{2a_1}{\sqrt{gh_1}} \; ; \; \beta_1=\dfrac{2a_1}{\sqrt{gh_1}}\sqrt{1-\dfrac{r_1}{a_1}} \\ w_2=\dfrac{2na_2}{\sqrt{gh_2}}\sqrt{1-\dfrac{x}{a_2}} \; ; \; \alpha_2=\dfrac{2a_2}{\sqrt{gh_2}} \; ; \; \beta_2=\dfrac{2a_2}{\sqrt{gh_2}}\sqrt{1-\dfrac{p}{a_2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_3=\dfrac{2na_3}{\sqrt{gh_1}}\sqrt{1+\dfrac{x}{a_3}} \; ; \; \alpha_3=\dfrac{2a_3}{\sqrt{gh_1}} \; ; \; \beta_3=\dfrac{2a_3}{\sqrt{gh_1}}\sqrt{1-\dfrac{r_2}{a_3}} \\ w_4=\dfrac{2na_4}{\sqrt{gh_3}}\sqrt{1+\dfrac{x}{a_4}} \; ; \; \alpha_4=\dfrac{2a_4}{\sqrt{gh_3}} \; ; \; \beta_4=\dfrac{2a_4}{\sqrt{gh_3}}\sqrt{1-\dfrac{q}{a_4}}. \end{cases} \qquad [6]$$

Per le [1] avremo

$$\begin{aligned} \xi_1 w_1 &= \left\{ A_1 J_1(w_1)+B_1 Y_1(w_1) \right\} \sin n(t-\tau) \\ \zeta_1 &= \frac{h_1}{2a_1}\left\{ A_1 J_0(w_1)+B_1 Y_0(w_1) \right\} \sin n(t-\tau) \qquad [7] \\ \xi_2 w_2 &= \left\{ A_2 J_1(w_2)+B_2 Y_1(w_2) \right\} \sin n(t-\tau) \end{aligned}$$

$$\zeta_2 = \frac{h_2}{2a_2} \left\{ A_2 J_0(w_2) + B_2 Y_0(w_2) \right\} \sin n(t-\tau)$$
$$\xi_3 w_3 = \left\{ A_3 J_1(w_3) + B_3 Y_1(w_3) \right\} \sin n(t-\tau)$$
$$\zeta_3 = -\frac{h_1}{2a_3} \left\{ A_3 J_0(w_3) + B_3 Y_0(w_3) \right\} \sin n(t-\tau) \qquad [7]$$
$$\xi_4 w_4 = \left\{ A_4 J_1(w_4) + B_4 Y_1(w_4) \right\} \sin n(t-\tau) \; .$$
$$\zeta_4 = -\frac{h_3}{2a_4} \left\{ A_4 J_0(w_4) + B_4 Y_0(w_4) \right\} \sin n(t-\tau)$$

dove le prime due, la 5ª e la 6ª sono riferite al primo sistema, mentre la 3ª e la 4ª sono riferite al secondo sistema e le ultime due al terzo sistema.

Nelle [7] sono da determinare le nove costanti A_1, B_1, A_2, B_2... B_4, n, valendoci delle condizioni ai limiti. Consideriamo delle prime otto il rapporto Ai/Bi. Le condizioni ai limiti sono:
agli estremi P e Q del lago dev'essere $\xi = 0$:

$$x_2 = p \quad , \quad \xi_2 = 0 \quad ; \quad x_3 = -q \quad , \quad \xi_4 = 0 \; . \qquad [8]$$

Inoltre, per

$$x_1 = 0 \quad ; \quad \xi_1 = \xi_3 \quad , \quad \zeta_1 = \zeta_3 \; . \qquad [9]$$

Per il punto 0_2,

$$x_1 = +r_1 \quad , \quad x_2 = 0 \quad ; \quad \xi_1 = \xi_2 \quad , \quad \zeta_1 = \zeta_2 \; . \qquad [10]$$

Per il punto 0_3

$$x_1 = -r_2 \quad , \quad x_3 = 0 \quad ; \quad \xi_3 = \xi_4 \quad , \quad \zeta_3 = \zeta_4 . \qquad [11]$$

Dalle [7], ricordando le [6] e per le [8], si ha

$$A_2 J_1(n\beta_2) + B_2 Y_1(n\beta_2) = 0 \quad , \quad B_2/A_2 = -\frac{J_1(n\beta_2)}{Y_1(n\beta_2)} \; , \qquad [12]$$

oppure

$$B_4/A_4 = -\frac{J_1(n\beta_4)}{Y_1(n\beta_4)} \qquad [13]$$

Per $x_1 = 0$ è $\frac{w_1}{w_3} = \frac{a_1}{a_3}$; per $x_1 = +r_1$, $x_2 = 0$ si ha $w_1/w_2 = \beta_1/\alpha_2$; per $x_1 = -r_2$, $x_3 = 0$ è ancora $w_3/w_4 = \beta_3/\beta_4$. Per cui, ricordando le [9], [10] e [11] e posto

$$\begin{aligned} P_1(\beta_2, \alpha_2) &= Y_1(n\beta_2)\, J_1(n\alpha_2) - J_1(n\beta_2) Y_1(n\alpha_2) \\ P_0(\beta_2, \alpha_2) &= Y_1(n\beta_2)\, J_0(n\alpha_2) - J_1(n\beta_2) Y_0(n\alpha_2) \\ P_1(\beta_4, \alpha_4) &= Y_1(n\beta_4)\, J_1(n\alpha_4) - J_1(n\beta_4) Y_1(n\alpha_4) \\ P_0(\beta_4, \alpha_4) &= Y_1(n\beta_4)\, J_0(n\alpha_4) - J_1(n\beta_4) Y_0(n\alpha_4) \; , \end{aligned} \qquad [14]$$

si ha

$$\left\{\begin{aligned}
A_1J_1(n\alpha_1)+B_1Y_1(n\alpha_1) &= \frac{a_1}{a_3}\left[A_3J_1(n\alpha_3)+B_3Y_1(n\alpha_3)\right]\\
A_1J_0(n\alpha_1)+B_1Y_0(n\alpha_1) &= -\frac{a_1}{a_2}\left[A_3J_0(n\alpha_3)+B_3Y_0(n\alpha_3)\right]\\
A_1J_1(n\beta_1)+B_1Y_1(n\beta_1) &= \frac{\beta_1}{\alpha_2}\,\frac{A_2}{Y_1(n\beta_2)}\,P_1(\beta_2,\alpha_2)\\
A_1J_0(n\beta_1)+B_1Y_0(n\beta_1) &= \frac{a_1}{a_2}\,\frac{h_2}{h_1}\,\frac{A_2}{Y_1(n\beta_2)}\,P_0(\beta_2,\alpha_2)\\
A_3J_1(n\beta_3)+B_3Y_1(n\beta_3) &= \frac{\beta_3}{\alpha_4}\,\frac{A_4}{Y_1(n\beta_4)}\,P_1(\beta_4,\alpha_4)\\
A_3J_0(n\beta_3)+B_3Y_0(n\beta_0) &= \frac{a_3}{a_4}\,\frac{h_3}{h_1}\,\frac{A_4}{Y_1(n\beta_4)}\,P_0(\beta_4,\alpha_4).
\end{aligned}\right. \qquad [15]$$

Il determinante dei coefficienti delle incognite A_1, B_1, A_2, A_3, B_3, A_4 uguagliato a zero, dà l'equazione dei periodi:

$$\begin{vmatrix}
J_1(n\alpha_1) & Y_1(n\alpha_1) & 0 & -\frac{a_1}{a_3}J_1(n\alpha_3) & -\frac{a_1}{a_3}Y_1(n\alpha_3) & 0\\
J_0(n\alpha_1) & Y_0(n\alpha_1) & 0 & \frac{a_1}{a_3}J_0(n\alpha_3) & \frac{a_1}{a_3}Y_0(n\alpha_3) & 0\\
J_1(n\beta_1) & Y_1(n\beta_1) & -\frac{\beta_1}{\alpha_2}\frac{P_1(\beta_2,\alpha_2)}{Y_1(n\beta_2)} & 0 & 0 & 0\\
J_0(n\beta_1) & Y_0(n\beta_1) & -\frac{a_1}{a_2}\frac{h_2}{h_1}\frac{P_0(\beta_2,\alpha_2)}{Y_1(n\beta_2)} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & J_1(n\beta_3) & Y_1(n\beta_3) & -\frac{\beta_3}{\alpha_4}\frac{P_1(\beta_4,\alpha_4)}{Y_1(n\beta_4)}\\
0 & 0 & 0 & J_0(n\beta_3) & Y_0(n\beta_3) & -\frac{a_3}{a_4}\frac{h_3}{h_1}\frac{P_0(\beta_4,\alpha_4)}{Y_1(n\beta_4)}
\end{vmatrix} = 0 \qquad [16]$$

La [16] vale nell'ipotesi che gli estremi del lago siano smussati. In realtà, in A_0, A_3 il lago termina ad angolo acuto. Considerando questo come un caso limite della precedente rappresentazione, possiamo porre $p=a_2$, $q=a_4$. Nelle [4], [5] avremo pertanto

$$\beta_2=0 \quad , \quad \beta_4=0.$$

E' inoltre

$$\lim_{\beta_2=0} \frac{J_1(n\beta_2)}{Y_1(n\beta_2)}=0 \quad ; \quad \lim_{\beta_4=0} \frac{J_1(n\beta_4)}{Y_1(n\beta_4)}=0 \quad ;$$

per cui dalle [14]

$$\lim_{\beta_2=0} \frac{P_1(\beta_2\ ,\ \alpha_2)}{Y_1(n\beta_2)}=J_1(n\alpha_2) \quad ; \quad \lim_{\beta_2=0} \frac{P_0(\beta_2\ ,\ \alpha_2)}{Y_1(n\beta_2)}=J_0(n\alpha_2) \quad ,$$

$$\lim_{\beta_4=0} \frac{P_1(\beta_4\ ,\ \alpha_4)}{Y_1(n\beta_4)}=J_1(n\alpha_4) \quad ; \quad \lim_{\beta_4=0} \frac{P_0(\beta_4\ ,\ \alpha_4)}{Y_1(n\beta_4)}=J_0(n\alpha_4) \quad .$$

La [16], osservando che

$$\frac{\beta_1}{\alpha_2}=\frac{a_1}{a_2}\frac{h_2}{h_1} \quad ; \quad \frac{\beta_3}{\alpha_4}=\frac{a_3}{a_4}\frac{h_3}{h_1} \quad ,$$

diviene allora, moltiplicando la 5ª e la 6ª riga per $\frac{a_1}{a_3}$,

$$\frac{a_1^3\beta_1\cdot\beta_3}{a_3^3\cdot\alpha_2\cdot\alpha_4}\begin{vmatrix} J_1(n\alpha_1) & Y_1(n\alpha_1) & 0 & -J_1(n\alpha_3) & -Y_1(n\alpha_3) & 0 \\ J_0(n\alpha_1) & Y_0(n\alpha_1) & 0 & J_0(n\alpha_3) & Y_0(n\alpha_3) & 0 \\ J_1(n\beta_1) & Y_1(n\beta_1) & J_1(n\alpha_2) & 0 & 0 & 0 \\ J_0(n\beta_1) & Y_0(n\beta_1) & J_0(n\alpha_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_1(n\beta_3) & Y_1(n\beta_3) & J_1(n\alpha_4) \\ 0 & 0 & 0 & J_0(n\beta_3) & Y_0(n\beta_3) & J_0(n\alpha_4) \end{vmatrix}=0 \qquad [17]$$

2. — Passiamo alla soluzione della [17].

Dai dati relativi alla curva normale, per i quali rimando al lavoro citato ([1]), si ottiene, nel caso della schematizzazione prescelta,

$h_2=16{,}0 \times 10^8$ m^3 ,	$a_4=1{,}3025\times 10^8$ m^2 ,	$h_3=44{,}8\times 10^8$ m^3	$\alpha_3=71^s$, 175
$a_1=\cdot 2920 \times 10^8$ m^2	$r_1=\cdot 256 \times 10^8$ m^2	$\alpha_1=164^s$, 2935	$\beta_3=41$, 977
$a_2=\cdot 484 \times 10^8$ m^2	$r_2=\cdot 0825\times 10^8$ m^2	$\beta_1=57$, 688	$\alpha_4=1242$, 6
$a_3=\cdot 1265 \times 10^8$ m^2	$h_1=128{,}8\times 10^8$ m^2	$\alpha_2=772$, 645 ,	

$$\frac{\beta_1}{\alpha_2}=.07466$$

$$\frac{a_1}{a_3}=2{,}3083$$

$$\frac{\beta_3}{\alpha_4}=.03378$$

L'equazione dei periodi diviene pertanto $D(n) =$

$$
= \begin{vmatrix}
J_1(164{,}29n) & Y_1(164{,}29n) & 0 & -J_1(71{,}175n) & Y_1(71{,}175n) & 0 \\
J_0(164{,}29n) & Y_0(164{,}29n) & 0 & J_0(71{,}175n) & Y_0(71{,}175n) & 0 \\
J_1(57{,}688n) & Y_1(57{,}688n) & J_0(772{,}645n) & 0 & 0 & 0 \\
J_0(57{,}688n) & Y_0(57{,}688n) & J_1(772{,}645n) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & J_1(41{,}977n) & Y_1(41{,}977n) & J_1(1242{,}6n) \\
0 & 0 & 0 & J_0(41{,}977n) & Y_0(41{,}977n) & J_0(1242{,}6n)
\end{vmatrix} = 0 \qquad [18]
$$

La risoluzione della [18] è stata proposta all'Istituto per le Applicazioni del Calcolo, tanto benemerito per l'ausilio validissimo che fornisce alla ricerca scientifica.

Furono desunti per le prime sei radici positive di $D(n)$ i seguenti valori

$$n_1 = 0.00231, \qquad n_4 = 0.00682$$
$$n_2 = 0.00352 \qquad n_5 = 0.00778$$
$$n_3 = 0.00505 \qquad n_6 = 0.00963,$$

cui corrispondono, a meno di 5^s, i periodi

$$T_1 = 45^m{,}35 \qquad T_3 = 20^m{,}75 \qquad T_5 = 13^m{,}5$$
$$T_2 = 29^m{,}75 \qquad T_4 = 15^m{,}35 \qquad T_6 = 10^m{,}85$$

per le prime sei sesse del Verbano.

3. — Nel lavoro precedente sulle sesse del lago Maggiore si sono ottenuti i seguenti valori per le sesse uni-bi- e trinodali:

	T_1	T_2	T_3
col metodo Defant	$48^m{,}7$	$37^m{,}4$	$23^m{,}4$
» » Hidaka	$47^m{,}4$	$33^m{,}7$	$21^m{,}0$.

L'accordo tra i valori ottenuti con i tre metodi, soddisfacente per la sessa uninodale, cessa di esserlo per la binodale, mentre è buonissimo per la trinodale. Queste diversità, particolarmente sensibili per la binodale, vanno attribuite alle notevoli variazioni che il bacino del lago presenta in larghezza e nell'andamento della linea di valle; variazioni che lo discostano sensibilmente dalle ipotesi su cui poggiano le varie teorie. Comunque, è interessante osservare che, prescindendo dalla binodale, i periodi delle sesse uninodale e trinodale calcolati con tre metodi differiscono molto poco e la differenza è particolarmente piccola per la trinodale, per la quale i valori ottenuti con i metodi di Hidaka e di Chrystal praticamente coincidono.

E' noto che, qualunque sia il metodo usato, i valori calcolati per i periodi delle sesse di maggiore nodalità differiscono sempre meno col crescere della nodalità. Pertanto i valori dei periodi delle sesse a quattro, cinque e sei nodi calcolati in questo lavoro, possono ritenersi molto prossimi a quelli reali.

Ancora non è stato possibile ottenere buone registrazioni delle sesse del Verbano. Comunque dai valori finora osservati, sembra che i periodi forniti dal metodo di Hidaka siano i più attendibili.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — aprile 1948.

RIASSUNTO

Partendo dalle basi della teoria di Chrystal, si sviluppa un metodo analitico per la determinazione dei periodi di oscillazione libera delle acque del Lago Maggiore. Risolta l'equazione dei periodi — costituita da un determinante di sesto ordine —, si sono calcolati i valori dei periodi corrispondenti alle oscillazioni libere di uno, due, tre, ... sei nodi.

BIBLIOGRAFIA

(1) Caloi P., De Panfilis M., Giorgi M., Peronaci F., *Le sesse del Lago Maggiore.* « Annali di Geofisica », I, 2 (1948).

(2) Caloi P., *Le sesse del Lago di Garda.* Parte II « Ann. di Geof. » I, 2 (1948).

CONTRIBUTO ALLO STUDIO DELLA CIRCOLAZIONE ATMOSFERICA - *a*) LA BREZZA TIRRENICA

MAURIZIO GIORGI - EZIO ROSINI

Premesse.

Le questioni connesse con la circolazione delle masse d'aria nella atmosfera rivelano sempre più la loro importanza nei fenomeni meteorologici.

La formazione delle superfici di discontinuità, l'inizio delle perturbazioni, l'energia dei cicloni sono fenomeni molto studiati da questo punto di vista, ma i lavori finora compiuti a tal riguardo, per la maggior parte, seguono più degli schemi teorici che non la realtà dei fenomeni stessi. Altro campo di applicazione della teoria della circolazione è quello delle correnti in quota: queste correnti, guidando le perturbazioni ed imponendo le direttrici di marcia delle masse aeree, vengono in definitiva ad essere il più importante fattore diretto del così detto « tempo in grande », cioè del tipo di tempo che si stabilisce su una vasta regione per un periodo di molti giorni.

Gli studi finora compiuti sulla circolazione sono stati condotti, come si è detto, con una mentalità più teorica che sperimentale, limitando in effetti le applicazioni a qualche esempio costruito su ipotesi fortemente semplificative. Questo modo di procedere era d'altronde imposto dalle circostanze, poiché l'esame della realtà era notevolmente limitato dalla scarsezza dei dati in quota e complicato dal numero grandissimo di cause perturbatrici sulle quali non si riusciva ad avere sufficienti notizie. Oggi, dopo lo sviluppo dato ai sondaggi termodinamici dell'atmosfera, specialmente di recente per necessità belliche, si può nutrire fiducia sull'efficacia di questo mezzo destinato ad avere una maggiore diffusione nel prossimo avvenire; appare quindi possibile non solo, ma anche necessario riesaminare il complesso dei problemi in relazione con la circolazione dell'atmosfera, partendo dai dati effettivamente osservati.

Quando il materiale sperimentale, convenientemente selezionato, sarà sufficientemente abbondante si potranno saggiare al banco di

prova delle situazioni reali le ipotesi semplificative sulle quali la teoria della circolazione è stata edificata, e si renderà possibile formulare nuove ipotesi più aderenti ai dati di fatto e costruire le basi di una teoria più completa. E' in fondo il metodo comune di tutte le scienza sperimentali, rispetto alle quali la meteorologia si è trovata finora in condizioni di svantaggio per la estrema limitazione del campo esplorabile rispetto all'intero campo spazio-temporale abbracciato dai fenomeni che prendono parte alla stessa vicenda.

Gli scriventi, partendo dai dati di osservazioni dirette e seguendo un criterio sperimentale, si propongono di portare un contributo allo studio della circolazione atmosferica. Come punto di arrivo, poi, si propongono un fine più specifico. La circolazione che si svolge, per es., fra l'Atlantico e l'Europa, interessa, come è noto, normalmente gli strati troposferici dell'atmosfera fin verso i 10-12.000 m di altezza; quando sulla base dei dati osservati si potrà applicare in prima approssimazione la teoria della circolazione a questi strati, si potrà far luce su una circostanza già ben nota ai meteorologi, benché più intuita che provata: l'evoluzione della circolazione sull'Atlantico orientale e sull'Europa, mentre a volte può ritenersi determinata da fattori connessi con la circolazione stessa (ed allora la previsione risulta in prima approssimazione verificata), altre volte appare condizionata da certe variazioni nel campo barico al suolo e in quota, le quali neppure in prima approssimazione appaiono spiegabili mediante le cause interne della circolazione troposferica.

In questi casi la circolazione si modifica in modo imprevedibile, e la teoria non riesce neppure lontanamente a rendere conto delle modificazioni avvenute. Sarà allora necessario invocare altre cause esterne allo strato atmosferico circolante, le quali debbono necessariamente risiedere negli strati superiori, fino ad oggi praticamente sconosciute.

Il confronto fra teoria e osservazione potrà quindi condurre ad una prima separazione, sia pur grossolana, delle cause troposferiche da quelle stratosferiche, e ciò costituirà il primo passo per studiare più profondamente le prime e per indagare sulla natura delle seconde.

Questo studio condotto sui dati dell'esperienza, al quale gli scriventi hanno in animo di collaborare, appare invero arduo. Prima perciò di affrontare le situazioni meteorologiche complesse, quali sono sempre quelle collegate alle perturbazioni e alla circolazione che si verifica entro la troposfera, è opportuno iniziare con l'esame di un

esempio tipico e relativamente semplice di circolazione, quello delle brezze di mare. Nel presente lavoro si riesaminano le basi della teoria della circolazione: si dà una dimostrazione sintetica e generale del teorema di Bjerknes e si valuta teoricamente l'energia connessa. Si studia poi la brezza sulla costa tirrenica centrale.

La circolazione atmosferica ed il teorema di Bjerknes.

I movimenti delle masse d'aria in seno all'atmosfera (moti ciclonici, anticiclonici, brezze, alisei, monsoni, ecc.) risultano dalla combinazione di moti orizzontali e verticali prodotti da agenti meteorologici interessanti regioni più o meno vaste del globo. In genere la traiettoria delle masse che si muovono tende a chiudersi, presentando il carattere di una vera e propria circolazione: molto spesso il movimento è costituito dalla sovrapposizione di diverse circolazioni: comunque il problema di stabilire le leggi rigorose della circolazione atmosferica mediante le equazioni della dinamica e della termodinamica è reso estremamente complicato dalla innumerevole molteplicità delle cause che producono e perturbano il fenomeno stesso (variabilità del riscaldamento della superficie terrestre, deviazione dovuta alla rotazione terrestre, accidentalità del suolo, ecc.).

Tuttavia mediante convenienti ipotesi semplificative, è possibile inquadrare il fenomeno in termini matematici, e fissare dei criteri in base ai quali, conoscendo alcuni dati fisici essenziali, si può tradurre in termini quantitativi l'andamento di una circolazione ([1]).

Se in un fluido in movimento indichiamo con l una qualsiasi linea chiusa formata, per es., da una catena continua di particelle richiudentesi su se stessa (e che si sposta e si deforma nel tempo a causa del moto delle particelle stesse) e con $\mathbf{v}$ (x, y, z) la velocità delle particelle stesse lungo i varî punti della linea, si materializza il concetto matematico di « circuitazione » o « circolazione »:

$$C = \int_l \mathbf{v} \times d\mathbf{l} \qquad [1]$$

Ricordiamo che $C = 0$ costituisce una condizione necessaria ma non sufficiente perché nel fluido si abbia una effettiva circolazione cioè le particelle si muovano mantenendosi su una traiettoria chiusa.

Ora qualunque sia il vettore $\mathbf{v}$ si ha, con notazioni evidenti, l'identità di Stokes;

$$\int_l \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = \int_S rot\, \mathbf{v} \times \mathbf{n}\, dS \qquad [2]$$

dove S è una qualsiasi superficie avente per contorno la linea l ed $\mathbf{n}$ è il versore della normale a detta superficie diretto positivamente nel senso di avanzamento di una vite che gira nel verso di percorrenza nella linea l.

Il più generico vettore $\mathbf{v}$ che può comparire nella formula di Stokes può porsi sotto la forma:

$$\mathbf{v} = grad\, \Theta + \Phi\, grad\, \Psi \qquad [3]$$

dove: $\Theta(x, y, z)$, $\Phi(x, y, z)$, $\Psi(x, y, z)$ sono funzioni univoche continue definite nello spazio in cui si considera il fluido.

Il vettore dato dalla [3] è costituito dalla somma di due vettori uno semplicemente l'altro doppiamente lamellare. Il primo non porta alcun contributo nella formula di Stokes in quanto è irrotazionale; per il secondo si ha invece:

$$rot\, (\Phi\, grad\, \Psi) = grad\, \Phi \wedge grad\, \Psi \qquad [4]$$

e quindi:

$$rot\, \mathbf{v} = grad\, \Phi \wedge grad\, \Psi \qquad [5]$$

Il campo in cui è definito il vettore [5] è rappresentabile per mezzo delle superfici equiscalari $\Phi(x, y, z) = cost.$, $\Psi(x, y, z) = cost.$ scelte, per es., in corrispondenza dei valori interi delle costanti e sarà tanto meglio rappresentato dalle superfici stesse per quanto più piccole sono le unità di misura adottate; per quel che segue supporremo di averle scelte sufficientemente piccole. I due sistemi di superficî si tagliano generalmente in modo da suddividere il campo in tubi a sezione quadrilatera chiamati « tubi unità » o « solenoidi ».

Questi solenoidi possono chiudersi su se stessi o prolungarsi allo infinito o terminare sul contorno del campo. Se si traccia una qualsiasi curva chiusa nel campo indicheremo con $n(\Phi, \Psi)$ il numero di solenoidi da essa compreso.

L'identità di Stokes tenendo presente la [5] assume la seguente espressione:

$$\int_l \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = \int_S grad\, \Phi \wedge grad\, \Psi \times \mathbf{n}\, dS \qquad [6]$$

il vettore: $grad\,\Phi \wedge grad\,\Psi$ rappresenta il più generale vettore solenoidale ed ha la direzione dell'intersezione delle superficî equiscalari Φ e Ψ; il senso è dato dalla regola della vite da Φ a Ψ, il modulo è l'inverso dell'area della sezione di un solenoide e quindi la [1] può scriversi:

$$C = n(\Phi,\Psi) \qquad [7]$$

dove $n(\Phi,\Psi)$, come abbiamo sopra ricordato, rappresenta il numero di solenoidi abbracciati dalla linea l.

Se le due funzioni scalari Φ e Ψ sono legate da una relazione:

$$f(\Phi,\Psi) = 0 \qquad [8]$$

le superfici equiscalari ($\Phi = cost.$, $\Psi = cost$), dell'una sono anche superfici equiscalari dell'altra.

Due sistemi di superficî scalari possono o non intersecarsi; le funzioni a cui si riferiscono detti sistemi si chiamano rispettivamente « omotrope » o « eterotrope ». La [8] rappresenta dunque la condizione di omotropia. In particolare, per es., se si considerano le superfici isobariche e le superfici isosteriche (di uguale volume specifico), il fluido a cui si riferiscono si dice « barotropo » o « baroclino » secondo che sussista o non la condizione di barotropia.

Quando si ha omotropia delle funzioni scalari Φ e Ψ il numero $n(\Phi,\Psi)$ di solenoidi compresi in una curva chiusa è nullo ed è anche nulla quindi la circuitazione del vettore $\mathbf{v}$.

Se consideriamo C funzione del tempo e deriviamo la [1] abbiamo:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{d}{dt}\int_l \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = \int_l \left(\frac{d}{dt}\,\mathbf{v} \times d\mathbf{l} + \mathbf{v} \times \frac{d}{dt}\,d\mathbf{l}\right) =$$

$$= \int_l \frac{d}{dt}\mathbf{v} \times d\mathbf{l} + \int_l d\left(\frac{1}{2}\,\mathbf{v}^2\right)$$

cioè:

$$\frac{dC}{dt} = \int_l \dot{\mathbf{v}} \times d\mathbf{l} \qquad [9]$$

dove: $\dot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}\,\mathbf{v}$.

$\frac{dC}{dt}$ viene impropriamente detta « accelerazione di circolazione » (le sue dimensioni fisiche sono infatti: $L^2\,T^{-2}$ cioè, il prodotto di una

accelerazione per una lunghezza); possiamo dunque affermare che: « l'accelerazione della circolazione è uguale alla circolazione della accelerazione ». In un fluido potrà nascere e perdurare una circolazione soltanto se $\frac{dC}{dt} > 0$; se $\frac{dC}{dt} < 0$, l'eventuale circolazione preesistente andrà diminuendo; nel caso in cui: $\frac{dC}{dt} = 0$ la circolazione rimane costante.

Riferiamoci, per ora, ad un sistema di assi fissi e cerchiamo di esprimere $\frac{dC}{dt}$ in funzione delle grandezze termodinamiche dell'atmosfera in cui si svolge la circolazione.

Se le uniche forze agenti sono quelle che derivano dal gradiente di pressione e dalla gravità, dalla equazione dell'idrodinamica:

$$\dot{\mathbf{v}} = -\,grad\,\varphi - s\,grad\,p \qquad [10]$$

(dove φ è il potenziale gravitazionale, $s = \frac{1}{\varrho}$ è l'inverso della densità dell'aria, p è la pressione, e quindi: $p = cost.$ ed $s = cost.$ rappresentano le superficî isobariche ed isosteriche rispettivamente) applicando l'operatore rotazione, abbiamo:

$$rot\,\dot{\mathbf{v}} = grad\,s \wedge (-\,grad\,p) \qquad [11]$$

D'altra parte moltiplicando scalarmente per $d\mathbf{l}$ ed integrando la [10] lungo una curva materiale chiusa, l, in movimento, si ha:

$$\int_l \dot{\mathbf{v}} \times d\mathbf{l} = -\int_l s\,grad\,p \times d\mathbf{l} \qquad [12]$$

ma per la [2] e la [9]:

$$\frac{dC}{dt} = \int_l \dot{\mathbf{v}} \times d\mathbf{l} = \int_S rot\,\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{n}\,dS$$

tenendo presente la [11], la [6] e la [7] abbiamo infine:

$$\frac{dC}{dt} = n\,(s, -p) \qquad [13]$$

che esprime il noto teorema di Bjerknes: « l'accelerazione della circolazione C di una curva materiale chiusa è uguale al numero di solenoidi isobarici e isosterici, $n\,(s, -p)$, che la curva racchiude ed

il verso secondo cui agisce è quello in cui l'ascendente isosterico deve ruotare per sovrapporsi al gradiente barico (attraverso l'angolo minore di 180°) ».

In altre parole per quanto abbiamo detto in precedenza, perché in un fluido possa generarsi una nuova circolazione o modificarsi l'eventuale circolazione preesistente occorre che esso sia « baroclino ».

Invece degli isobarici-isosterici si possono considerare altri solenoidi; infatti dalla [12] si ha:

$$\frac{dC}{dt} = -\int_i s\, dp$$

dove: $s = \frac{RT}{p}$ e quindi:

$$\frac{dC}{dt} = -R \oint T\, d \log p = n\,(-\log p\,, -RT) \qquad [14]$$

Per l'effettivo calcolo di $\frac{dC}{dt}$ conviene usare questi ultimi solenoidi che provengono dalle funzioni *log p* e *RT*; l'integrazione si effettua lungo un quadrilatero avente una coppia di lati opposti su due isobare p_1, p_2 e gli altri due lati formati da due segmenti a e b che uniscono i tratti suddetti; il contributo dovuto all'integrazione lungo le isobare è nullo e quindi abbiamo:

$$\frac{dC}{dt} = -R\overline{T}_a \int_{p_1}^{p_2} d \log p + R\,\overline{T}_b \int_{p_1}^{p_2} d \log p = R\,(\overline{T}_a - \overline{T}_b) \log \frac{p_2}{p_1} \qquad [15]$$

dove $\overline{T}_a$, $\overline{T}_b$ rappresentano dei valori medi delle temperature lungo i tratti a e b.

Vogliamo ora considerare l'accelerazione di circolazione sulla superficie terrestre cioè vogliamo tener conto oltre che delle forze derivanti dal gradiente di pressione e dalla gravità anche della forza deviante.

L'equazione della dinamica dei fluidi riferita ad assi in moto si scrive:

$$\dot{\mathbf{v}} + 2\,\overline{\omega} \wedge \mathbf{v} = -\, grad\, \varphi - s\, grad\, p \qquad [16]$$

Nel nostro caso ci riferiamo ad una terna ruotante con la terra e con gli assi orientati come segue: l'origine sulla superficie terrestre,

l'asse delle x tangente al parallelo passante per l'origine diretto positivamente verso Est, l'asse delle y tangente al meridiano con direzione positiva verso Nord, l'asse delle z sulla verticale per l'origine; ω è la velocità angolare della terra.

Moltiplicando scalarmente per $d\mathbf{l}$ entrambi i membri della [16] e integrando lungo la linea chiusa l abbiamo:

$$\frac{dC}{dt} = \int_l \dot{\mathbf{v}} \times d\mathbf{l} = -\int_l s \; grad \; p - \int_l 2\,\overline{\omega} \wedge \mathbf{v} \times d\mathbf{l} \qquad [17]$$

Sappiamo già come calcolare il primo termine del secondo membro; per ciò che concerne il secondo termine possiamo scrivere:

$$\int_l 2\,\overline{\omega} \wedge \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = \int_l 2\,\overline{\omega} \times \mathbf{v} \wedge d\mathbf{l}$$

$\mathbf{v} \wedge d\mathbf{l}$ può riguardarsi come la superficie descritta dall'elemento $d\mathbf{l}$. dotato di velocità $\mathbf{v}$, nella unità di tempo ed il prodotto scalare di questa area per il vettore $2\,\overline{\omega}$ come il flusso di questo vettore attraverso l'area stessa; quindi possiamo scrivere:

$$\int_l 2\,\overline{\omega} \wedge \mathbf{v} \times d\mathbf{l} = 2\,\omega\,\frac{dS}{dt}$$

dove con S intendiamo l'area della proiezione sul piano equatoriale della superficie delimitata dalla linea l.

La [17] può allora scriversi:

$$\frac{dC}{dt} = n\,(s, -p) - 2\,\omega\,\frac{dS}{dt} \qquad [18]$$

Questa relazione esprime il teorema della circolazione tenendo conto dell'effetto della rotazione terrestre; essa contiene rispetto alla [13] un termine in più. Se: $n(s, -p) = 0$, l'accelerazione di circolazione è dovuta unicamente alla rotazione terrestre; in tal caso se si integra la [18] si ha:

$$C - C_o = 2\,\omega\,(S_o - S)$$

cioè l'aumento o la diminuzione della circolazione che si verifica nel movimento relativo quando la linea passa da una posizione ad un'altra è uguale alla diminuzione o all'aumento dell'area di S.

Peraltro le cause che intervengono nella variazione di una circolazione non sono soltanto quelle che compaiono nelle [18]; l'attrito, infatti, che finora abbiamo trascurato influenza sensibilmente l'anda-

mento di una circolazione fino ad equilibrare gli effetti prodotti dalle cause già considerate.

Se indichiamo con $\mathbf{a}$ la risultante di tutte le altre eventuali forze esterne agenti sulla unità di massa del fluido ad esclusione delle forze già considerate, l'equazione [10] diviene:

$$\dot{\mathbf{v}} + 2\,\bar{\omega} \wedge \mathbf{v} = -\,grad\,\varphi - s\,grad\,p + \mathbf{a} \qquad [16\ bis]$$

e quindi la [18] corrispondentemente diverrà:

$$\frac{dC}{dt} = n\,(s, -p) - 2\,\omega\,\frac{dS}{dt} + \int_l \mathbf{a} \times d\mathbf{l} \qquad [18\ bis]$$

le variazioni nella circolazione possono essere imputate dunque a uno qualsiasi o più dei tre termini del secondo membro della [18 bis]. In particolare per quanto concerne il terzo termine, $\int \mathbf{a} \times d\mathbf{l}$, prima d'ora non considerato, si può osservare che, se $\mathbf{a}$ è la somma delle forze derivanti dall'attrito (*esterno*, dovuto alla scabrosità della superficie terrestre, e *interno* che si genera fra strati contigui scorrenti con velocità diverse e che d'altra parte assume valori notevolmente diversi a seconda che si tratti di moto laminare o turbolento), esso agisce sempre in modo da ostacolare l'eventuale circolazione.

Le equazioni dell'energia dei moti atmosferici.

Le possibili forme di energia che si producono e si trasformano in un fluido, conducono a considerare due equazioni: la cosidetta equazione dinamica dell'energia, che è una conseguenza diretta dell'equazione del movimento e prescinde dalle trasformazioni di natura termodinamica, e l'equazione termodinamica dell'energia che viceversa regola tali trasformazioni.

Se indichiamo con $\mathbf{a}$ la risultante di tutte le forze esterne non derivanti dalla pressione e dalla gravità (per es., le forze derivanti dall'attrito e dalla turbolenza), l'equazione del moto [10] diviene:

$$\dot{\mathbf{v}} = -\,grad\,\varphi - s\,grad\,p + \mathbf{a} \qquad [19]$$

Moltiplicando scalarmente per $\mathbf{v}$ ambo i membri di questa equazione si ha:

$$\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{v} + grad\,\varphi \times \mathbf{v} + s\,grad\,p \times \mathbf{v} - \mathbf{a} \times \mathbf{v} = 0 \qquad [20]$$

il primo termine si può anche scrivere:

$$\dot{\mathbf{v}} \times \mathbf{v} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\,\mathbf{v}^2\right)$$

ed è quindi la derivata rispetto al tempo dell'energia cinetica per unità di massa; il secondo termine, dato che φ non dipende esplicitamente dal tempo, può scriversi:

$$grad\ \varphi \times \mathbf{v} = grad\ \varphi \times \mathbf{v} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

la [20] può dunque scriversi:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\,\mathbf{v}^2 + \varphi\right) = -s\ grad\ p \times \mathbf{v} + \mathbf{a} \times \mathbf{v} \qquad [21]$$

che è la forma dell'equazione dinamica dell'energia riferita ad una particella fluida di massa unitaria. Il primo membro rappresenta la variazione nell'unità di tempo della somma delle energie cinetica e potenziale della unità di massa; il secondo membro, che possiamo anche scrivere: $(-s\ grad\ p + \mathbf{a}) \times \mathbf{v}$ rappresenta il prodotto delle componenti del gradiente di pressione e delle forze di attrito lungo la direzione del moto per la velocità, cioè per lo spazio percorso nell'unità di tempo, ed è dunque il lavoro fatto nell'unità di tempo da tutte le forze agenti sulla massa unitaria.

La [21] riferita ad una massa $dm = \varrho d\tau$ assume l'aspetto seguente:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\,\mathbf{v}^2\,dm + \varphi\,dm\right) = -\,grad\,p \times \mathbf{v}\,d\tau + \varrho\,\mathbf{a} \times \mathbf{v}\,d\tau$$

che integrata ad una massa finita, posto:

$$E_c = \int \frac{1}{2}\,\mathbf{v}^2\,dm \quad , \quad E_g = \int \varphi\,dm \quad , \quad \frac{d}{dt}E_p = \int grad\,p \times \mathbf{v}\,d\tau,$$

diviene:

$$\frac{d}{dt}(E_c + E_g) = -\frac{d}{dt}E_p + \int \varrho\,\mathbf{a} \times \mathbf{v}\,d\tau \qquad [22]$$

$\int grad\,p \times \mathbf{v}\,d\tau$ rappresenta infatti il lavoro compiuto dalla pressione sulla intera massa nel tempo unitario: E_p sta dunque a rappresentare la riserva di energia che compete al campo barico, o in altre parole il lavoro che esso può compiere sull'intera massa fino all'annullarsi

del gradiente di pressione; non è una energia potenziale perché non è soltanto funzione dello stato iniziale e finale del sistema.

Fino ad ora non abbiamo tenuto conto delle trasformazioni energetiche che coinvolgono il calore e l'energia interna del fluido; per queste vale il primo principio della termodinamica che per la particella di massa unitaria in movimento si scrive:

$$J\frac{dq}{dt}=Jc_v\frac{dT}{dt}+p\frac{ds}{dt} \qquad [23]$$

e costituisce l'equazione termodinamica dell'energia.

La [23] riferita alla massa $dm=\frac{1}{s}d\tau$, tenendo presente l'equazione di continuità:

$$\frac{1}{s}\frac{ds}{dt}=div\,\mathbf{v} \qquad [24]$$

diviene:

$$\frac{d}{dt}(J\,q\,dm)=\frac{d}{dt}(c_v\,J\,T\,dm)+p\,div\,\mathbf{v}\,d\tau \qquad [25]$$

ed integrando ad una massa finita, posto:

$$W=J\int q\,dm\ ,\quad E_i=J\int c_v\,T\,dm$$

si ha finalmente:

$$\frac{d}{dt}W=\frac{d}{dt}E_i+\int p\,div\,\mathbf{v}\,d\tau \qquad [26]$$

Sottraendo la [23] dalla [21] abbiamo:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\mathbf{v}^2+\varphi\right)-J\frac{dq}{dt}=-s\,grad\,p\times\mathbf{v}+\mathbf{a}\times\mathbf{v}-Jc_v\frac{dT}{dt}-p\frac{ds}{dt}$$

da cui:

$$J\frac{dq}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\mathbf{v}^2+\varphi+Jc_v\,T\right)+s\,grad\,p\times\mathbf{v}-\mathbf{a}\times\mathbf{v}+p\frac{ds}{dt} \qquad [27]$$

che esprime la legge di conservazione dell'energia relativamente ad una particella di fluido di massa unitaria; cioè: la quantità di calore assorbita dalla massa unitaria nella unità di tempo è uguale alla variazione nella unità di tempo delle energie cinetica, potenziale ed

interna più la somma del lavoro di espansione $p\,\dfrac{ds}{dt}$, del lavoro eseguito contro il grandiente barico $s\ grad\ p \times \mathbf{v}$ e contro le altre forze agenti $\mathbf{a} \times \mathbf{v}$.

Combinando la [22] e la [26] si ha invece:

$$\frac{d}{dt}W = \frac{d}{dt}(E_c + E_g + E_i) + \int grad\ p \times \mathbf{v}\, d\tau + \int p\ div\ \mathbf{v}\, d\tau - \int \varrho\, \mathbf{a} \times \mathbf{v}\, d\tau$$

e quindi anche (*):

$$\frac{d}{dt}W = \frac{d}{dt}(E_c + E_g + E_i) + \int p\, \mathbf{v} \times \mathbf{n}\, d\sigma - \int \varrho\, \mathbf{a} \times \mathbf{v}\, d\tau \qquad [28]$$

cioè il calore fornito al fluido nella unità di tempo uguaglia l'aumento della somma dell'energia cinetica, gravitazionale ed interna, il lavoro fatto contro le forze derivanti dall'attrito e dalla turbolenza, ed il lavoro di espansione contro la pressione agente su esso dall'esterno.

La [28] esprime dunque in forma completa il principio di conservazione dell'energia.

La brezza sulle coste del Tirreno centrale.

Si è presa in esame la brezza sulle coste del Tirreno centrale e precisamente della zona presso il Lido di Roma, perché per essa si era in buone condizioni quanto a ricchezza e varietà di osservazioni. Si son potuti utilizzare infatti i dati di oltre 11 anni di osservazioni al suolo compiute alla Centrale Assistenza al Volo di Lido di Roma, situata proprio sulla costa, i dati del vento in quota desunti da 8 anni di lanci di palloni piloti dalla stessa Stazione, i sondaggi termodinamici eseguiti per diversi anni con aeroplano dall'aeroporto dell'Urbe ed infine alcuni anni di osservazioni al suolo presso gli aero-

(*) Infatti dall'eguaglianza: $div\ p\mathbf{v} = p\ div\ \mathbf{v} + \mathbf{v} \times grad\ p$ si ha: $grad\ p \times \mathbf{v} = div\ p\mathbf{v} - p\ div\ \mathbf{v}$ e integrando ad un volume finito V tenendo presente l'identità di Gauss, si ha: $\int_V grad\ p \times \mathbf{v}\, d\tau = -\int_V p\ div\ \mathbf{v}\, d\tau + \int_S p\,\mathbf{v} \times \mathbf{n}\, d\sigma$ dove S è la superficie che limita il volume V.

porti di Centocelle e Ciampino, che si trovano in ottima posizione per valutare le brezze nell'entroterra. Pur non permettendo, questi dati, di ricavare direttamente dall'esperienza tutti gli elementi necessari, sono però fra i più completi che si posseggano in Italia e si riferiscono a condizioni topografiche molto favorevoli.

La meteorologia non ha ancora risolto in modo univoco il problema del metodo da seguire nello studio dei fenomeni che la interessano. Per solito i meteorologi adottano nell'esame delle situazioni notevoli un criterio individualistico, consistente nello scegliere un caso che si ha motivo di ritenere caratteristico e nell'analizzare quanto più profondamente è possibile questo singolo caso. Tale metodo non sembra però sempre concettualmente adeguato alla natura dei fenomeni meteorologici. Le osservazioni meteorologiche infatti debbono essere il più delle volte assimilate a delle misure poco precise, dato il grandissimo numero di cause secondarie, perturbatrici, che sempre intervengono e che disperdono i valori osservati attorno al valore tipico appunto come le misure poco precise forniscono valori disseminati attorno al valore vero della grandezza misurata. Secondo il metodo sperimentale in simili casi occorre ripetere molte volte la misura e trarre dal gruppo delle misure, con procedimento giustificato dalla teoria degli errori, i valori più attendibili delle grandezze ricercate. Analogamente per determinare lo svolgimento ed il meccanismo di una vicenda meteorologica non ci si può basare su un solo caso bensì si debbono osservare molti casi analoghi, e dal loro insieme desumere il « tipo » da studiare. Gli scriventi hanno adottato questo secondo metodo per lo studio delle brezze, per le quali le precedenti considerazioni sembrano particolarmente appropriate. Fissata dunque l'attenzione sui mesi estivi, nei quali la brezza è più attiva, sono state esaminate le situazioni meteorologiche di detti mesi sulle carte generali del tempo, per isolare le giornate nelle quali: *a*) i gradienti barici sul Tirreno e sull'Italia centrale fossero tanto deboli da non influire sensibilmente sulla circolazione locale; *b*) le masse d'aria stazionanti sulla zona potessero considerarsi in equilibrio termico con l'ambiente, fossero cioè di non recente origine extra mediterranea; *c*) le masse d'aria fossero abbastanza stabili di modo che il cielo fosse rimasto costantemente sereno almeno nelle 24 ore e possibilmente per più giorni consecutivi.

Le giornate soddisfacenti a queste condizioni sono risultate un centinaio. Non è materialmente possibile riportare i dati originali

relativi a queste giornate; d'altra parte al lettore interessa forse, ancor più dell'esame dei singoli valori numerici, di avere la possibilità di valutare l'attendibilità della scelta fatta, per la quale servono le carte generali del tempo. Riteniamo necessario perciò segnalare qui le giornate prescelte:

1934:	luglio	giorni	27, 28, 29;
1935:	giugno	»	4, 5, 7, 8;
1936:	luglio	»	23, 24, 25, 26, 27;
1937:	giugno	»	5, 6, 7, 8, 9;
1938:	giugno	»	6, 7, 8, 9, 10;
	luglio	»	6, 7, 8, 20, 21, 22;
1939:	luglio	»	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 29, 30, 31;
	agosto	»	9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 27, 28, 29, 30;
1940:	luglio	»	6, 11, 14, 19, 20, 26;
1941:	luglio	»	1, 2, 3, 4, 5, 7, 13, 20, 23, 24, 25;
	agosto	»	11, 12;
1942:	giugno	»	23, 24, 25, 30;
	luglio	»	1, 2, 5, 6, 9, 10, 25, 26, 27, 29, 30, 31;
1943:	luglio	»	2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 19, 22, 23.

Per queste giornate si è calcolato innanzitutto l'andamento medio diurno della temperatura al Lido di Roma ed a Centocelle, tratto da 10 osservazioni quotidiane (otto sinottiche ogni 3 ore oltre la minima e la massima). La fig. 1 riporta tali andamenti, rispettivamente *a*) Centocelle e *b*) Lido di Roma leggermente regolarizzate perché le piccole deviazioni sono da attribuire al non elevato numero di dati concorrenti alla media. Gli andamenti delle due curve sono caratteristici; essi si discostano un poco dagli andamenti medi stagionali, con scostamenti che almeno qualitativamente sono riconducibili al fatto che nei giorni prescelti la brezza era sempre attiva. La curva *b*) di Lido Roma ad esempio mostra nelle ultime ore di notte un avvallamento pronunziato, cioè un raffreddamento più accentuato; infatti in quelle ore si leva la brezza di terra, fredda, che tende a livellare la temperatura sulla costa con quella dell'entroterra. Viceversa nelle ore del primo pomeriggio la curva si mostra schiacciata rispetto a quella di Centocelle, perché sulla costa arriva la brezza di mare che tende a stabilire la temperatura che vige al largo. Per la valutazione delle brezze però occorre conoscere la differenza fra le temperature sull'entroterra e sul mare al largo, e di quest'ultima ovviamente non si posseggono dati diretti. Si è superato, per quanto possibile,

l'ostacolo servendosi delle notizie generali sul comportamento della temperatura dell'acqua del mare presso la superficie e delle temperature rilevate saltuariamente dalle navi, per stabilire le temperature minima e massima e le ore di verifica; costituiti questi due capisaldi si è interpolato fra essi la curva *c)* tenendo conto dell'influenza presumibile delle brezze nelle ore in cui queste agiscono. Riteniamo che la curva *c)* possa essere considerata attendibile; comunque, il divario fra essa e la curva reale dovrebbe sempre mantenersi nettamente inferiore ad 1°.

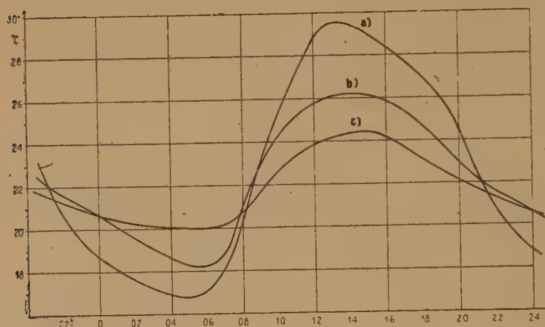


Fig. 1

Per il calcolo della accelerazione di circolazione mediante la [15] occorre conoscere il rapporto delle pressioni cioè l'altezza dello strato interessato alla periodica vicenda e la differenza media fra la temperatura della colonna d'aria sull'entroterra e quella sul mare. Quanto all'altezza dello strato messo in moto dalle brezze, i lanci dei palloni eseguiti 4 volte al giorno (ore 04, 07, 13 e 18) hanno messo in luce una differenza notevole fra giorno e notte. Di notte la brezza di terra difficilmente spira al disopra dei 350 m, mentre di giorno la brezza di mare, più attiva, interessa uno strato notevolmente variabile, che può andare da meno di 500 m a 800 m e talvolta più. Quanto allo strato interessato dalla brezza di ritorno in quota, esso il più delle volte non risulta definito, ma in genere vi si riscontra una direzione molto diversa da quella del vento al suolo; praticamente non si riesce a valutarne il limite superiore. Questa indeterminatezza è in parte da attribuire al metodo di rilevamento dei dati in quota con un solo teodolite, che fornisce per le piccole velocità che interessano le brezze indicazioni poco rigorose, in parte ad un reale e graduale indebolimento del fenomeno per cause varie, una delle quali vedremo più oltre. In base ai dati sopra riportati possiamo fissare, in prima approssimazione, che la linea media della circolazione si svolga di giorno fra le superfici isobariche di 1000 e di 925 mb, di notte fra le superfici isobariche di 1000 e di 960 mb.

Merita invece un esame più approfondito l'andamento della temperatura in quota, sia per dedurre i valori da assumere per $\bar{T}_a - \bar{T}_b$, sia per renderci meglio conto del meccanismo del fenomeno. Le curve *a*) e *c*) infatti forniscono solo la differenza di temperatura presso la superficie terrestre, la quale non si mantiene costante con la quota. In realtà come è confermato dal confronto fra il sondaggio mattutino e quello pomeridiano corrispondente nelle giornate calme, l'influenza del riscaldamento da parte del suolo e degli scambi termici fra colonne contigue, cessa ad una certa quota variabile con l'ora del giorno e da giorno a giorno; questa quota, quando la massa d'aria è stabile, non supera generalmente i 2000 m. Ciò significa che la brezza di ritorno non supera quella quota, poiché al disopra non vi sono differenze fra colonna d'aria sul mare e colonna sulla terra. Ma nelle ore in cui agisce la brezza di mare il sondaggio nell'entroterra mostra un andamento adiabatico della temperatura con l'altezza, a causa del rimescolamento termico che si svolge, appunto, in condizioni adiabatiche, mentre sul mare aperto la curva di stato temperatura-altezza si modifica solo per cause secondarie in quanto la turbolenza termica sul mare rimane sempre assai limitata. Se dunque la curva di stato iniziale è la *A B* (fig. 2a), la curva di stato sul mare le è assai vicina con un andamento dato qualitativamente da *C B*, mentre quella sull'entroterra si porta in *B D* secondo il gradiente adiabatico. Il punto *B* è il limite superiore dello strato turbolento. Tutto ciò se non vi fosse la brezza. A causa della brezza la curva sul mare si modifica assumendo l'aspetto della tratteggiata *C B*; infatti nei bassi strati essa non è modificata perché la brezza parte dal mare ed è in equilibrio con esso, mentre al disopra della zona neutra, cioè di inversione delle brezze (indicata dalla tratteggiata orizzontale), l'aria calda che arriva dall'entroterra conserva il proprio contenuto termico e tende ad imporre la sua temperatura anche sul mare, fin dove essa arriva. La circolazione ciò non ostante si mantiene anche a quella quota, benché più diffusa, perché per gli altri elementi (pressione e quindi densità) l'equilibrio si ristabilisce solo gradualmente. La curva di stato sull'entroterra *D B* invece, malgrado la brezza, non subisce modificazioni sensibili, perché l'aria fredda proveniente dal mare è riscaldata

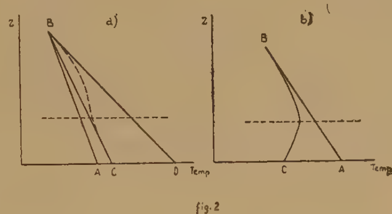


fig. 2

ad opera del suolo che la porta rapidamente allo stesso stato di turbolenza già stabilitosi. Se non vi fosse la reazione delle brezze dunque le curve di stato sarebbero indicate da *C B* e *D B* e la differenza media fra le temperature delle due colonne sarebbe circa la metà di quella al suolo. Data però l'azione equilibratrice delle brezze in quota, la differenza media risulta più che dimezzata: da valutazioni compiute sulle curve di stato reali è risultato opportuno, in mancanza di determinazioni effettive più precise, porre tale differenza uguale ad un terzo di quella al suolo nelle ore diurne. Anche nelle ore della brezza notturna, sia pure per cause diverse, può assumersi lo stesso criterio (fig. 2b): la curva di stato sul mare *A B* non è sensibilmente modificata né dal raffreddamento dal basso, che sulla superficie liquida è limitatissimo, né dalla brezza fredda di terra, che ha modo di riscaldarsi a contatto della stessa superficie liquida più calda; la curva di stato sull'entroterra invece, mentre presenta nei bassi strati la ben nota e caratteristica inversione, tende a coincidere con l'altra al disopra della zona neutra perché l'aria calda portata dalla brezza di ritorno impone la propria temperatura. Anche qui perciò la differenza media di temperatura fra le due colonne può assumersi uguale ad un terzo di quella che si verifica presso la superficie. La curva *a*) della fig. 3 rappresenta l'andamento definitivo nel giorno di tale differenza.

Se il fenomeno della brezza potesse essere considerato termodinamicamente reversibile, data la sua periodicità giornaliera il bilancio energetico della circolazione al termine di 24 ore dovrebbe essere nullo. Ma è chiaro che ciò comporterebbe la stessa temperatura media diurna sulla terra e sul mare, mentre le osservazioni danno fra queste due medie una differenza di circa un grado. Questa differenza, che risulta molto stabile in giornate calme successive, avrebbe in condizioni reversibili l'effetto di far aumentare sempre la circolazione in un senso pur con fluttuazioni diurne. In realtà il fenomeno è ben lungi dall'avvicinarsi alle condizioni di reversibilità, e ciò per due ragioni principali: per l'attrito (che fra l'altro ha un ruolo fortemente diverso in quota, sul mare e sul suolo) e per il meccanismo del riscaldamento e del raffreddamento dell'aria. Di giorno l'innesco della catena fluida è dato dal riscaldamento dal basso dell'aria nell'entroterra a contatto con il suolo più caldo, che la spinge a salire con un meccanismo tipicamente turbolento e come tale irreversibile (come è noto il riscaldamento generale per assorbimento dell'energia rag-

giante da parte dell'aria non influisce sul fenomeno che in via del tutto secondaria). Si ha perciò di giorno che l'aria fredda che parte dal largo procede verso la costa con moto tranquillo e con attrito assai piccolo; quando ha superato la costa incontra un attrito assai maggiore che la frena nei più bassi strati e produce una turbolenza che possiamo chiamare « meccanica » per la sua origine, e contemporaneamente a contatto col suolo caldo inizia un rimescolamento che, a parte l'apporto di energia nel primo strato, si svolge in condizioni quasi adiabatiche ed interessa uno spessore che va rapidamente crescendo dalla costa all'interno. Il ritorno in quota, infine, avviene senza sensibile scambio di energia. Di notte invece l'innesco non si trasporta sul mare perché non è il mare che si riscalda, bensì la terra che si raffredda più velocemente. Ma il raffreddamento dell'aria da parte della terra non avviene in modo turbolento, anzi è tale da stabilizzare lo strato d'aria, tale cioè da allontanare il gradiente termico verticale dal valore adiabatico e quindi da deprimere la turbolenza. L'aria perciò si muove dalla terra perturbata solo dall'attrito meccanico con il suolo, e quando arriva sul mare viene sottoposta alla turbolenza termica, ma non più (o quasi) a quella meccanica; la stessa turbolenza termica è più omogenea, cioè di conseguenza di struttura più fine.

Rispetto allo schema teorico semplificato della circolazione delle brezze si hanno dunque le seguenti diversità: da una parte la differenza delle due temperature medie diurne sul mare e sulla terra renderebbe non applicabile la teoria neppure tenendo conto della rotazione terrestre perché porterebbe ad una circolazione in aumento di giorno in giorno; d'altra parte l'attrito e la turbolenza termica intervengono in modo decisivo e riconducono la circolazione al suo schema periodico; inoltre il meccanismo è fortemente asimmetrico fra giorno e notte a causa sopratutto della minore differenza termica notturna, della turbolenza e dell'attrito. Per il calcolo della circolazione occorre dunque usare la relazione [18 bis], in cui il 3° termine è dovuto all'attrito. Questo attrito, date le velocità effettive delle brezze (difficilmente superiori ai 25 km/h) e la piccola altezza dello strato interessato, può essere computato in base alla vecchia ipotesi di Guldberg e Mohn, che lo considera proporzionale alle velocità e direttamente opposto ad essa (l'applicazione delle teorie più precise legate all'attrito interno, ma ancora assai imperfette, di Sverdrup e Hesselberg secondo cui la forza di attrito superficiale dovrebbe avere una direzione fa-

cente l'angolo di 148° con la velocità, porterebbe una modificazione assai piccola ai risultati). In base alle numerose determinazioni sperimentali del coefficiente di attrito presso il suolo secondo tale ipotesi, eseguite anche per la nostra zona sulle osservazioni di Vigna di Valle da Eredia e da Lombardini (1), possiamo usare per il vento sul mare e sul suolo in assenza di turbolenza termica rispettivamente i valori medi in cifra tonda $2 \cdot 10^{-6}$ e $4 \cdot 10^{-5}$, mentre in strato turbolento i valori numerici del coefficiente di attrito sono aumentati secondo un fattore 1,5, portandosi rispettivamente a $3 \cdot 10^{-5}$ e a $6 \cdot 10^{-5}$.

Conoscendo la velocità nello strato inferiore, da essa si può calcolare la circolazione complessiva, tenendo conto che i due tratti verticali danno un contributo trascurabile, trattandosi solo di alcune centinaia di metri, e che la parte della circolazione dovuta alla corrente superiore di ritorno (della stessa lunghezza ed anche essa orizzontale) deve necessariamente essere uguale a quella inferiore, per la conservazione della massa circolante.

Rimane infine da stabilire la lunghezza della linea chiusa in cui possiamo schematizzare la circolazione, cioè la profondità delle brezze. Utilizzando le varie stazioni meteorologiche disseminate attorno Roma ed altre notizie qualitative si è potuto stabilire con sufficiente attendibilità che di giorno la brezza di mare è risentita per una profondità che si aggira sui 25 km dalla costa, mentre di notte la profondità interessata è molto minore. Porremo perciò che la lunghezza l della linea chiusa mediana, svolgentesi di giorno fra le superfici isobariche di 1000 e 925 mb, abbia una lunghezza di 80 km, mentre di notte abbia una lunghezza metà.

Possiamo ormai passare al calcolo, che faremo suddividendo la giornata in 24 periodi di un'ora ciascuno, entro cui le condizioni possono essere considerate circa costanti ed uguali a quelle verificatesi nell'istante medio. I 24 intervalli vadano dalle 0.30 alle $1^h.30$ ecc. con istanti medi alle ore 1, 2, ..., 24.

Il procedimento usato per il calcolo d'ora in ora è stato il seguente. In base alle differenze $\overline{T}_a - \overline{T}_b$ date dalla tabella I si son calcolate con la [15] le accelerazioni di circolazione medie entro ciascun intervallo orario, assumendo per p_2 il valore 960 mb di notte e il valore 925 mb di giorno (2ª colonna della tabella). Da queste accelerazioni di circolazione medie si son desunti gli incrementi $\Delta C' = \frac{dC'}{dt} \cdot 3600$ che per loro effetto la circolazione subirebbe nel corso

dell'ora, se si fosse su una terra ferma e senza attrito (3ª colonna). Tali incrementi risultano positivi per la brezza di mare e negativi per la brezza di terra. Come termine di confronto la 4ª colonna della tabella ed i due rami della curva *b*) della fig. 3 rappresentano l'andamento delle due circolazioni *C*' di giorno e di notte nell'ipotesi che pur senza l'azione moderatrice della rotazione terrestre e dell'attrito, non vi fosse interferenza ed ogni circolazione iniziasse per suo conto rispettivamente alle ore in cui la differenza di temperatura cambia segno. I due rami della *C*' non sono uguali, cioè le due circolazioni senza dispersione di energia non si compenserebbero ogni 24 ore e la vicenda delle brezze non potrebbe verificarsi; poiché invece il bilancio deve chiudersi le due circolazioni debbono esaurirsi e saldarsi lasciando fra l'una e l'altra due ore neutre con calma di vento; cioè i due rami *b*) debbono deformarsi fino a saldare vicendevolmente gli estremi lungo l'asse delle ascisse dando luogo ad una curva del tipo della *c*). Possiamo dunque porre le condizioni che la curva effettiva della circolazione inizi il suo ramo positivo verso le ore 12, ed il ramo negativo inizi verso le ore 03 del mattino. Posti questi punti di riferimento, la curva effettiva *c*) è stata costruita per tratti successivi ora per ora tenendo conto di tutte le forze che intervengono, cioè dell'accelerazione di circolazione, dell'azione deviante terrestre e dell'attrito. Per giustificare la *c*) indichiamo il procedimento seguito per un'ora generica.

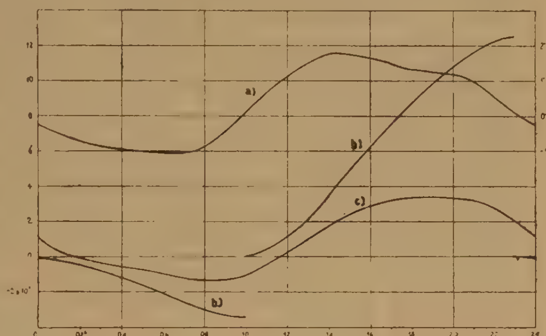


Fig. 3

Siano: C_i la circolazione effettiva esistente all'inizio dell'ora i^{esima}, ad esempio nel pomeriggio con brezza di mare; $\Delta C'_i$ l'incremento durante l'ora per effetto della accelerazione $\frac{dC'_i}{dt}$ (data dalla 3ª colonna della tabella I); si tratta di calcolare l'incremento effettivo ΔC che la circolazione subisce durante l'ora. Dato che all'inizio dell'ora v'è la circolazione C_i, la velocità media in direzione x perpendicolare alla costa (in senso mare-costa) è data da C_i/l. La velocità effettiva

TABELLA I

Ore	$\bar{T}_A - \bar{T}_B$ °C	$\frac{dC'}{dt}$ $m^2 \cdot sec^{-2}$	$\Delta C'$	$\Sigma \Delta C'$	ΔC	C	$\lvert v_{calc.} \rvert$ $m \cdot sec^{-1}$	$\psi_{calc.}$	$\lvert v_{oss.} \rvert$ $m \cdot sec^{-1}$	$\psi_{oss.}$
			$m^2 \cdot sec^{-1} \cdot 10^{-5}$							
00	−0,4	− 4,8	−0,17	− 0,22	−0,89	+1,13	1,7	−	−	−
01	−0,6	− 7,2	−0,26	− 0,47	−0,26	+0,24	0,4	−	−	−
02	−0,8	− 9,6	−0,35	− 0,82	−0,35	−0,01	0,0	−	1,0	170°
03	−0,9	−10,8	−0,39	− 1,21	−0,21	−0,35	0,9	−	−	−
04	−1,0	−12,0	−0,43	− 1,64	−0,23	−0,55	1,7	215°	−	−
05	−1,0	−12,0	−0,43	− 2,07	−0,20	−0,78	2,1	206°	1,3	180°
06	−1,1	−13,2	−0,47	− 2,55	−0,22	−0,98	2,6	202°	1,3	180°
07	−1,0	−12,0	−0,43	− 2,98	−0,14	−1,20	3,2	197°	1,6	190°
08	−0,7	− 8,4	−0,30	− 3,28	+0,04	−1,34	3,5	195°	1,8	200°
09	−0,2	− 2,4	−0,08	− 3,37	+0,24	−1,33	3,5	196°	1,6	220°
10	+0,4	+ 9,0	+0,32	+ 0,32	+0,62	−1,09	2,9	200°	1,5	−
11	+0,9	+20,3	+0,73	+ 1,06	+0,48	−0,47	1,3	−	2,0	−30°
12	+1,3	+29,3	+1,06	+ 2,11	+1,06	−0	0,0	−	2,5	−20°
13	+1,7	+38,3	+1,38	+ 3,49	+0,68	+1,06	1,3	−	3,1	−20°
14	+1,8	+40,5	+1,46	+ 4,95	+0,66	+1,73	2,9	42°	3,5	−10°
15	+1,7	+38,3	+1,38	+ 6,33	+0,48	+2,39	3,1	39°	3,6	0°
16	+1,6	+36,0	+1,30	+ 7,62	+0,33	+2,87	4,1	29°	3,8	10°
17	+1,4	+31,5	+1,13	+ 8,76	+0,12	+3,20	4,4	27°	3,5	20°
18	+1,3	+29,2	+1,05	+ 9,81	+0,02	+3,32	4,6	26°	3,2	30°
19	+1,2	+27,0	+0,97	+10,78	−0,06	+3,35	4,7	25°	2,6	40°
20	+1,1	+24,7	+0,89	+11,67	−0,13	+3,29	4,5	26°	−	−
21	+0,8	+18,0	+0,65	+12,32	−0,36	+3,15	4,4	26°	−	−
22	+0,3	+ 4,7	+0,17	+12,49	−0,78	+2,80	4,0	25°	−	−
23	−0,1	− 1,2	−0,04	− 0,04	−0,88	+2,01	3,2	38°	1,4	−

non è ovunque uguale alla media; essa è certamente minore al largo all'inizio della corsa, e va aumentando fino alla costa; nel tratto entro terra essa tenderebbe ad aumentare ancora perché l'accelerazione continua ad agire, ma il forte aumento dell'attrito, la più efficace azione regolatrice della rotazione terrestre ed il fatto che le masse d'aria cominciano a salire, son tutte cause che neutralizzano l'accelerazione dovuta al campo barico-termico, ed anzi finiscono col ridurre le velocità. Perciò la velocità stessa ha un massimo sulla costa e due minimi agli estremi della corsa. Quest'andamento si presta ad essere sostituito da un valore costante, in uno studio di prima approssimazione quale è il presente (in realtà la velocità alla fine della corsa, registrata dalle stazioni di Ciampino e Centocelle, risulta con notevole costanza circa i 2/3 di quella sulla costa di Lido Roma). Abbiamo dunque all'inizio dell'ora per la componente secondo x della velocità il valore

$$v_x = \frac{C_i}{l} \qquad [29]$$

In quell'istante le accelerazioni che agiscono su una generica particella che si trovi a distanza x dall'origine del moto al largo sono date da: accelerazione dovuta all'accelerazione di circolazione, costante lungo il percorso;

$$A = \frac{dC'_i}{dt} \quad \frac{1}{l};$$

accelerazione dovuta all'attrito $K = kv_x$ dove k è il coefficiente di attrito, che nel nostro caso vale 2.10^{-5} sul mare e 6.10^{-5} su terra

di giorno e rispettivamente 3.10^{-5} e 4.10^{-5} di notte; la accelerazione deviante in direzione y (parallela alla costa, con senso positivo verso destra) è data da $D_y = \lambda\ v_x$ con $\lambda = 2\omega$ sen φ; essa induce sulla particella di ascissa x la velocità trasversale

$$V_y = D_y . t_x \qquad [30]$$

dove t_x è il tempo che la particella ha impiegato per percorrere il tragitto x (durante il quale agisce la D_y; prima infatti la D_y agiva in senso inverso nello strato superiore. Si ha $t_x = \frac{l}{C_i} x$. A sua volta la velocità trasversale v_y induce sulla particella una accelerazione D_x diretta in senso contrario alle x crescenti, dato da $D_x = -\lambda . v_y$. Dunque in definitiva la rotazione terrestre provoca una accelerazione negativa:

$$D_x = -\lambda\ D_y\ t_x = -\lambda^2\ v_x \frac{l}{C_i} x = -\ \lambda^2\ x.$$

Complessivamente l'accelerazione della particella generica che all'inizio dell'ora ha l'ascissa x è data da:

$$A + K + D_x = \frac{dC'_i}{dt} \frac{1}{l} - K \frac{C_i}{l} - \lambda^2 x$$

Tenendo conto che il tragitto sul mare e quello su terra sono di eguale lunghezza si può usare per K il valore medio lungo tutto il tragitto 4.10^{-5} di giorno e $3{,}5 . 10^{-5}$ di notte; inoltre poiché x varia fra zero ed $\frac{l}{2}$ l'ultimo termine porta un contributo che in media vale $-\lambda^2 \frac{l}{4}$. L'accelerazione media è perciò

$$\frac{dC'_i}{dt} \frac{1}{l} - 4 \frac{C_i}{l} 10^{-5} - \lambda^2 \frac{l}{4}$$

cui corrisponde una accelerazione di circolazione reale media data da:

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{dC'_i}{dt} - 4\ C_i\ 10^{-5} - \lambda^2 \frac{l^2}{4}$$

Questa accelerazione fa passare la circolazione dal valore C_i al valore $C_i + \Delta\ C_i$ che assume all'inizio dell'ora successiva, essendo

$$\Delta C_i = \frac{dC}{dt} \cdot 3{,}6.10^3$$

Applicando reiteratamente il procedimento si può costruire per tratti successivi la curva *c*) della circolazione effettiva.

Avuta la C si deduce senz'altro il valore medio della componente secondo x della velocità mediante la [29]. Ma la formula [30] permette anche di calcolare per ogni ora il valore della componente v_y delle velocità lungo la costa e quindi la velocità complessiva del vento che attraversa la costa:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

La direzione del vento fa con l'asse x un angolo ψ sempre minore di 90° verso destra, dato da

$$tg\psi = \frac{v_y}{v_x}$$

Non rimane ormai che confrontare i risultati teorici con i dati tratti dalle osservazioni.

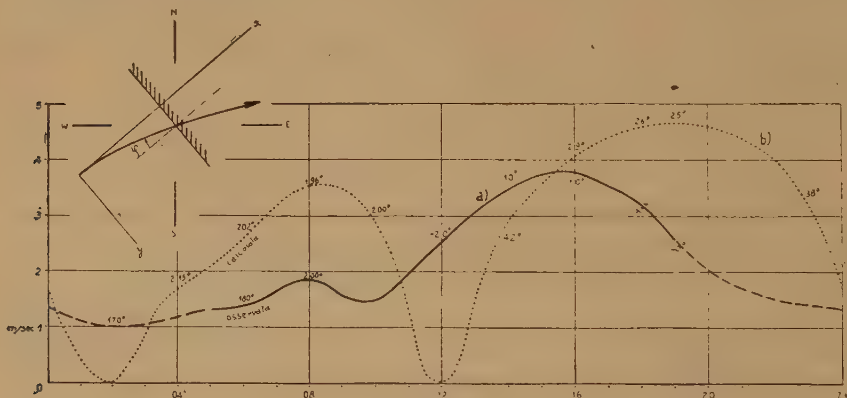


Fig. 4

Gli elementi per il confronto sono contenuti nelle ultime colonne della tabella.

La fig. 4 mostra con la curva punteggiata l'andamento calcolato della velocità del vento nelle 24 ore, mentre la curva continua rappresenta l'andamento medio della velocità osservata a Lido Roma nelle giornate esaminate. Questa curva è stata desunta dalle osservazioni eseguite ogni ora dalle ore 05 del mattino alle 19 di sera mentre di notte si hanno solo le osservazioni delle 23 e delle 02, (per questa ragione la curva interpolata nelle ore notturne è stata tratteggiata). Sulle due curve sono indicati gli angoli rispettivamente calcolati ed osservati della direzione del vento con la direzione positiva dell'asse x perpen-

dicolare alla costa, omettendo l'indicazione nelle ore in cui la velocità è piccola o le direzioni osservate sono troppo discordanti fra loro.

Una prima deduzione fondamentale si deduce dalla curva calcolata: nelle ipotesi fatte la circolazione si chiude quasi esattamente dopo 24 ore. Ciò significa che l'assorbimento di energia nel corso della giornata fa esatto equilibrio a quella derivante dalla differenza termica media fra entroterra e mare che da sola darebbe origine ad una vera e propria macchina termica permanente. I valori assunti per il coefficiente d'attrito debbono dunque considerarsi molto vicini ai valori medi effettivi. Questa conclusione che rappresenta una conferma sperimentale dell'entità dell'attrito già trovata per altre vie potrà essere utilizzata per le future applicazioni della teoria della circolazione.

Una seconda deduzione riguarda le discordanze di andamento fra velocità osservata e velocità calcolata. La velocità calcolata mostra due massimi ben definiti, ma diversi fra loro come grandezza, uno verso le ore 08 del mattino l'altro alle 19 di sera, corrispondenti alle brezze di terra e di mare. La velocità osservata invece mostra un solo massimo giornaliero, salvo un accenno di rinforzo in corrispondenza della brezza mattutina, e tale massimo anticipa di tre ore circa sul massimo calcolato della brezza pomeridiana. L'andamento delle direzioni del vento mostra la stessa discordanza: le direzioni calcolate oscillano entro un settore piuttosto stretto che si trova per ambedue le brezze a destra della perpendicolare alla costa (andando nel senso del moto), con i minimi scostamenti dalla perpendicolare in corrispondenza dei massimi della velocità. Le direzioni osservate invece mostrano, come i valori delle velocità, un solo periodo giornaliero molto semplice; esse compiono nel corso della giornata un intero giro, spirando nel mattino da Est, a mezzogiorno dai settori meridionali, nel pomeriggio da Ovest e la notte, benchè debole, dai settori settentrionali. Il vento cioè spira, grosso modo, sempre dal punto dell'orizzonte in cui si trova il sole, con velocità minima nella notte e massima nelle prime ore del pomeriggio. Accade però che in questa vicenda diurna la direzione del vento osservato viene quasi a coincidere con quella calcolata nelle ore dei massimi delle brezze, grazie alla posizione geografica della costa. Il vento reale dunque mostra di essere, con notevole evidenza, la risultante di due azioni: l'azione delle brezze, molto prossima a quella calcolata (salvo una velocità minore ma dello stesso ordine di grandezza) e un'azione diurna più generale collegata al moto del sole. In particolare le due azioni si

sommano nelle ore del pomeriggio rinforzando il vento e producendo il ben noto « ponentino » caratteristico della zona.

Data questa situazione, per la quale la brezza nelle giornate calme viene ad essere solo uno dei due elementi che originano il vento periodico, si impone una verifica sulle osservazioni di una Stazione meteorologica costiera situata in una posizione geografica molto diversa da quella della costa tirrenica. All'uopo è stato iniziato un esame sulle osservazioni di alcune Stazioni situate sulla costa Adriatica, per la quale le due cause non si sommano ma, quasi esattamente, risultano in opposizione. I primi risultati qualitativi confermano l'esistenza delle due circolazioni fra le quali prevale quella in relazione con le brezze. La circolazione risultante si mostra nettamente più debole di quella della costa tirrenica.

Concludendo il calcolo della circolazione secondo la teoria risulta conforme alla realtà soltanto in prima approssimazione in quanto alla circolazione in relazione con le brezze deve aggiungersene un'altra con periodo di 24 ore, che peraltro si manifesta con maggiore evidenza negli stessi giorni in cui la situazione meteorologica è favorevole alle brezze.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — gennaio 1948.

RIASSUNTO

Si riesaminano le basi della teoria della circolazione con una dimostrazione sintetica e generale del teorema di Bjerknes ed una valutazione teorica dell'energia connessa con la circolazione. Il lavoro, ponendo a confronto i risultati teorici con i dati tratti dalle osservazioni tende a stabilire le basi per l'indagine sulla natura e gli effetti delle cause che producono una circolazione atmosferica cercando di separare le cause di origine troposferica da quelle aventi sede presumibilmente nell'atmosfera superiore.

Si comincia ad affrontare lo studio delle brezze facendo una applicazione alla brezza tirrenica. Il calcolo della circolazione, secondo la teoria, condotto sui dati delle osservazioni degli elementi fisici necessari per l'applicazione della teoria stessa, conduce a risultati solo in parziale accordo con la circolazione reale. Alla circolazione in connessione con le brezze deve aggiungersene un'altra con un solo massimo diurno.

BIBLIOGRAFIA

(1) BJERKNES V., BJERKNES J., SOLBERG H., BERGERON T., *Physikalische Hydrodynamik mit anwendung auf die dynamische meteorologie*, Berlin (1933).

— KOSCHMIEDER H., *Dynamische meteorologie*, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig (1941).

— BRUNT D., *Physical and dynamical meteorology*, The University Press, Cambridge (1939).

(2) LOMBARDINI M., *Attrito interno dell'aria e costante di attrito superficiale, etc.*, Rend. Acc. Lincei IX (1929).

STUDIO SULLE SESSE DEL LAGO DI ALBANO

MAURIZIO GIORGI

La prime ricerche limnologiche in Italia risalgono al 1662 ([1]) ed ebbero inizio con uno studio del P. Atanasio Kircher sui laghi di Albano e Nemi. Da allora i numerosissimi studi fatti sia da italiani — per la più gran parte — che da stranieri, si limitano generalmente all'aspetto morfologico, geologico o biologico; la limnologia fisica è stata trascuratissima in Italia e soltanto per qualche lago si hanno sporadici dati riguardanti la temperatura, la colorazione, la trasparenza, le sesse, ecc.

La limnologia in Italia, come altrove, ebbe nuovo impulso e maggiore rigore scientifico con gli studi del naturalista svizzero F. A. Forel.

Dobbiamo però constatare che per quanto numerose siano le pubblicazioni riguardanti i laghi italiani siamo ben lontani dal possedere una sufficiente conoscenza delle loro caratteristiche geofisiche quale ci si può attendere da studi condotti con metodo scientifico e con i mezzi di indagine che si possono avere al presente.

E' necessario, per colmare questa lacuna, condurre ricerche sistematiche e scientificamente rigorose ed a questo scopo l'Istituto Nazionale di Geofisica ha iniziato lo studio delle sesse dei principali bacini lacustri italiani; a tale studio faranno seguito altre indagini nei riguardi della temperatura, dell'assorbimento delle radiazioni, ecc.

E' in questo programma di studi che prende posto la presente ricerca che riguarda lo studio teorico delle sesse del lago di Albano; i risultati di questo studio saranno confrontati, quanto prima possibile, con i dati sperimentali su un modello di lago già appositamente costruito in scala convenientemente ridotta e quindi sottoposti a verifica con le registrazioni di limnografi che dovranno essere installati in siti opportuni sulle rive del lago.

Il lago di Albano.

Il lago di Albano sui colli laziali è in fondo ad una conca le cui pareti scendono ripidissime da ogni lato meno che Nord-Ovest ove hanno un declivio molto meno accentuato; la sua forma è grossolana-

mente ellittica con l'asse maggiore diretto da nord-ovest a sud-est.

Molti studiosi si sono occupati dei problemi geologici dell'interessantissima regione laziale ed hanno cercato di dare una plausibile spiegazione della presenza di questa cavità nel vulcano laziale. L'ipo-

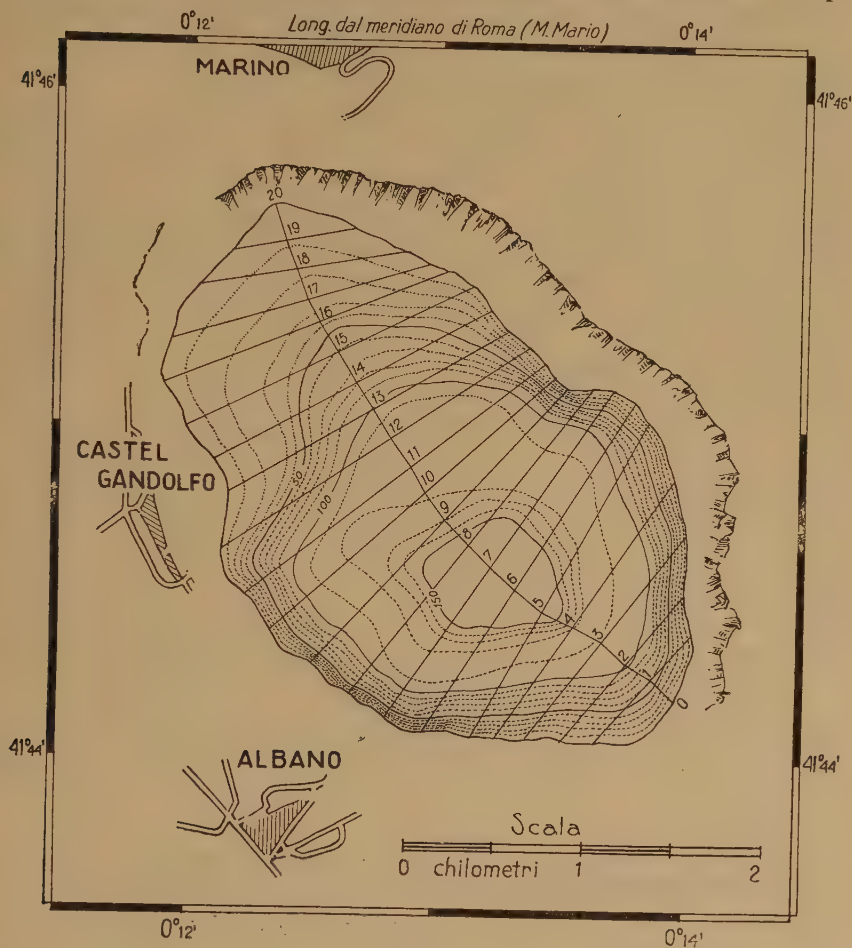


Fig. 1

tesi più attendibile ([2, 3]), tra le diverse proposte, basata su inconfondibili rilievi geologici, è che il lago si sia formato nel cratere costituito dall'intersezione di due bocche vulcaniche contigue; la porzione meridionale del lago, che è quella in cui si riscontra la massima profondità e costituisce come una ulteriore depressione dopo una zona quasi pianeggiante, come si può vedere nella cartina batometrica, è

formata dalla più recente delle due bocche; infatti la profondità qui è maggiore che nella parte settentrionale perchè quest'ultima venne in parte colmata dai prodotti di questa bocca eruttiva.

Il lago è situato a 41°45' ca. lat. N, a 0°13' ca. long. E (Monte Mario) ed a 293 m sul livello del mare; le sue acque sono azzurre, molto limpide e trasparenti (n. VIII della scala Forel-Ule); termicamente appartiene alla categoria dei laghi temperati; ha un emissario artificiale di epoca romana (398-97 a. C.) scavato nel peperino per 1800 m, alto m 1,80, largo m 1,20 con l'imboccatura a metà delle coste occidentali; misura 3500 m di lunghezza e 2300 di larghezza, 10 km di circuito e 602 ettari di superficie ([4, 5]), la massima profondità è di m 170 e si riscontra, come abbiamo sopra osservato nella parte centro-meridionale; le pareti hanno un pendio irregolare; sono ripidissime fino a 100 m di profondità, divengono poi pressoché pianeggianti da 100 a 120 m e poi tornano di nuovo a scendere rapidamente dai 120 a 160 m; il bacino imbrifero è di kmq 9,74 circa, ed è alimentato, inoltre, da sorgenti per lo più interne.

Determinazione teorica dei dati relativi alle sesse del lago di Albano.

Per la determinazione teorica dei dati riguardanti le sesse del lago di Albano ho usato due metodi diversi: il metodo di Defant e quello del giapponese Hidaka.

Per quanto concerne la bibliografia e l'illustrazione dei metodi più opportuni per la determinazione dei dati relativi alle sesse rinviamo alle memorie originali ([6, 7, 8]) ed in particolare ad una recente pubblicazione di P. Caloi ([9]) avente per oggetto lo studio delle sesse del lago di Garda.

Per quanto riguarda l'applicazione dei metodi sopra accennati ci limiteremo per brevità alle indicazioni più necessarie.

E' noto che le ipotesi semplificative che si introducono per rendere affrontabile lo studio delle sesse in bacini chiusi od aperti conducono alla risoluzione delle due equazioni seguenti:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \qquad [1]$$

$$\eta = -\frac{1}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x}\left[S(x).\xi\right] \qquad [2]$$

dove: ξ rappresenta lo spostamento orizzontale uguale per tutte le particelle di una stessa sezione verticale $S(x)$, x l'ascissa lungo la linea

di valle, $b(x)$ la larghezza in superficie della $S(x)$, η lo spostamento verticale delle particelle d'acqua.

G. Chrystal trasforma, mediante la sostituzione di opportune variabili le [1] e [2] nelle seguenti equazioni:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = g\,\sigma(v)\,\frac{\partial^2 u}{\partial v^2} \qquad [3]$$

e:

$$\eta = -\frac{\partial u}{\partial v} \qquad [4]$$

dove:

$$u = \xi\, S(x) \qquad [5]$$

è il volume d'acqua che passa attraverso la sezione $S(x)$ in corrispondenza dello spostamento orizzontale ξ;

$$v(x) = \int_0^x b(x)dx \qquad [6]$$

è l'area in superficie dall'ascissa $x=0$ alla sezione $S(x)$ e varia tra i limiti 0 ed a (a=area totale del bacino)

$$o \leqq v(x) \leqq a \qquad [7]$$

$$\sigma(v) = S(x)b(x) \qquad [8]$$

è il prodotto dell'area della sezione trasversale corrispondente all'ascissa x per la larghezza in superficie di questa stessa sezione ed è una funzione di v che si annulla ad entrambe le estremità del lago:

$$\sigma(o) = \sigma(a) = o. \qquad [9]$$

Se si esprime la u mediante la serie di funzioni sinusoidali:

$$u = \sum_1^\infty{}_i\, u_i(v) \text{ sen } \frac{2\pi}{T_i}(t - t_i) \qquad [10]$$

l'eq. di Chrystal diviene:

$$\sigma(v)\frac{d^2u}{\partial v^2} + \frac{4\pi^2}{gT^2}u = 0 \qquad [11]$$

ed è soggetta alle condizioni ai limiti:

$$u(o) = u(a) = 0. \qquad [12]$$

Il diagramma che rappresenta l'andamento di $\sigma(v)$ in funzione di v fu chiamato da Chrystal « curva normale »; Chrystal ha trovato la soluzione della [11] in diversi casi particolari in cui la $\sigma(v)$ può rappresentarsi mediante una curva analitica semplice o tratti raccordati di curve analitiche (tratti rettilinei, archi di parabola, quar-

Tabella 1

Sezioni	x m	$S(x)$ m²	$b(x)$ m	$v(x)$ singole m²	$\Delta(x)$ m	Sessa uninodale						Sessa binodale						Sessa trinodale					
						$\frac{4\pi^2}{gT^2}\Delta x$	$q=\eta v(x)$ m³	$\xi=-\frac{q}{S(x)}$ m	$\Delta\eta=\alpha\xi\Delta x$ cm	η cm	q_i m³	$\frac{4\pi^2}{gT^2}\Delta x$	$q=\eta v(x)$ m³	$\xi=-\frac{q}{S(x)}$ m	$\Delta\eta=\alpha\xi\Delta x$ cm	η cm	q_i m³	$\frac{4\pi^2}{gT^2}\Delta x$	$q=\eta v(x)$ m³	$\xi=-\frac{q}{S(x)}$ m	$\Delta\eta=\alpha\xi\Delta x$ cm	η cm	q_i m³
0	0	0	0	0						100,00			0	0	0	100,00		0	0	0	0	100,00	
1	178,75	35.875	812,0	131.250	178,75	0,012.18213	131 250	− 3,658	− 4,46	95,54	171 175	0,031.135.0	131.250	− 3,659	− 11,39	88,61	158 759	0,055351.1	131.250	− 3,658	− 20,25	79,75	142.885
2	357,50	75.875	1100,0	179.166	„	„	302.425	− 3,986	− 4,86	90,68	215.365	„	290.009	− 3,822	− 11,90	76,71	182.186	„	274.135	− 3,613	− 20,00	59,75	141.906
3	536,25	119.875	1455,0	237.500	„	„	517.790	− 4,319	− 5,26	85,42	231.346	„	472.195	− 3,939	− 12,26	64,45	174.552	„	416.041	− 3,471	− 19,21	40,54	109.796
4	715,00	161.250	1775,0	270.834	„	„	749.136	− 4,645	− 5,66	79,76	310.731	„	646.749	− 4,011	− 12,49	51,96	202.427	„	525.837	− 3,261	− 18,05	22,43	87 617
5	893,75	214.000	2025,0	389.583	„	„	1.059.867	− 4,953	− 6,03	73,73	282.632	„	849 176	− 3,968	− 12,35	39,61	151 839	„	613 454	− 2,867	− 15,87	6,62	25.377
6	1072,50	262 750	2225,0	383.334	„	„	1.342.499	− 5,109	− 6,22	67,51	271.446	„	1.001 015	− 3,810	− 11,86	27,75	111.578	„	638.831	− 2,413	− 13,36	− 6,74	− 27.100
7	1251,25	277.750	2220,0	402.083	„	„	1.613 945	− 5,811	− 7,08	60,43	214.023	„	1.112.593	− 4,006	− 12,47	15,28	54.117	„	611.731	− 2,202	− 12,19	− 18,93	− 67.044
8	1430,00	256.500	2178,0	354.167	„	„	1.827.968	− 7,127	− 8,68	51,75	213 469	„	1.166 710	− 4,586	− 14,28	1,00	4 125	„	544.687	− 2,124	− 11,76	− 30,69	− 126.596
9	1608,75	225.875	2125,0	412.500	„	„	2.041.437	− 9,038	− 11,01	40,74	156.170	„	1.170.835	− 5,184	− 16,14	− 15,14	− 58.037	„	418.091	− 1,851	− 10,25	− 40,94	− 156.937
10	1787,50	223.000	2125,0	383.333	„	„	2 197 607	− 9,855	− 12,01	28,73	106.541	„	1 112.798	− 4,990	− 15,54	− 30,68	− 113.772	„	261.154	− 1,171	− 6,48	− 47,42	− 175.849
11	1966,25	210.375	2122,0	370.834	„	„	2.304.148	− 10,953	− 13,34	15,39	63 484	„	999.026	− 4,749	− 14,79	− 45,47	− 187.564	„	85.305	− 0,405	− 2,24	− 49,66	− 204.848
12	2145,00	163.625	2662,0	412.500	„	„	2.367.632	− 14,470	− 17,63	− 2,24	− 8.587	„	811.462	− 4,959	− 15,44	− 60,91	− 233.488	„	−121.543	+ 0,743	+ 4,11	− 45,55	− 174.608
13	2323,75	120.875	1825,0	383.333	„	„	2 359 045	− 19,516	− 23,77	− 26,01	− 80 198	„	577 974	− 4,788	− 14,89	− 75,80	− 233.717	„	−296.151	+ 2,450	+ 13,56	− 31,99	− 98.636
14	2502,50	90.875	1775,0	308.334	„	„	2 278.847	− 25,077	− 30,55	− 56,56	− 197.960	„	344 257	− 3,788	− 11,79	− 87,59	− 306 565	„	−394.787	+ 4,344	+ 24,04	− 7,95	− 27.825
15	2681,25	67.125	1775,0	350 000	„	„	2 080.887	− 31.000	− 37,76	− 94,32	− 306.540	„	37.692	− 0,562	− 1,75	− 89,34	− 290.355	„	−422.612	+ 6,296	+ 34,85	+ 26,90	+ 87425
16	2860,00	43.250	1700,0	325.000	„	„	1.774.347	− 41,025	− 49,98	− 144,30	− 411 855	„	−252.663	+ 5,842	+ 18,19	− 71,15	− 203.073	„	−335 187	+ 7,750	+ 42,90	+ 69,80	+ 199.220
17	3038,75	25.125	1550,0	285.416	„	„	1.362.492	− 54,229	− 66,06	− 210,36	− 517.136	„	− 455 736	+ 18,139	+ 56,48	− 14,67	− 36.064	„	−135.967	+ 5,412	+ 29,96	+ 99,76	+ 245.244
18	3217,50	12.375	1200,0	245 834	„	„	845.356	− 68,312	− 83,22	− 293,58	− 470.946	„	− 491.800	+ 39,741	+ 123,73	+ 109,06	+ 174.949	„	+ 103.277	− 8,330	− 48,88	+ 50,88	+ 81.619
19	3396,25	4.000	750,0	160.415	„	„	374.410	− 93,603	− 114,03	− 407,61	− 365.153	„	− 316.850	+ 79,213	+ 246,63	+ 355,69	+ 318.641	„	+ 190.896	− 47,724	− 264,16	− 213,28	− 191.065
20	3575,00	0	0	89.584	„	„	9.257					„	+ 1.791					„	− 169				

Calcolo delle grandezze relative alle sesse uni-bi-trinodale col metodo di Defant per valori di T corrispondenti rispettivamente a $T_I = 243^s$, $T_{II} = 152^s$, $T_{III} = 114^s$

tiche, ecc.); in altre parole il procedimento di Chrystal consiste nel ricondurre le eq. idrodinamiche per un bacino qualsiasi alla stessa forma che esse hanno nel caso di un bacino rettilineo di sezione rettangolare e profondità variabile.

Nel nostro caso da una carta batometrica al 50.000 ([10]), con la massima cura possibile onde non apportare altri errori e approssimazioni oltre quelli inerenti alla carta stessa, si è disegnata la linea che tocca i punti di maggiore profondità lungo la massima estensione del lago (la cosidetta « linea di valle ») a partire dall'estremo sud; dato l'andamento, piuttosto regolare, di questa linea rispetto alla distribuzione delle masse d'acqua che lascia da ambo le parti si è suddivisa in 20 parti uguali della lunghezza di m 178,75 ciascuna (m 3575 complessivi).

Per i punti di suddivisione sono state disegnate le traccie delle sezioni verticali come è indicato nella fig. 1: su opportuna scala sono state disegnate con i dati batometrici della carta le sezioni verticali e con un planimetro se ne è trovata l'estensione superficiale, analogamente sono state misurate le aree parziali, progressive e totale in superficie. I risultati sono riportati nella tabella n. 1.

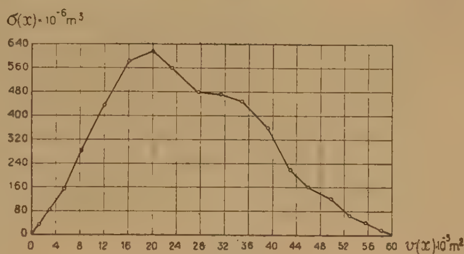


Fig. 2

La curva normale come si vede sul diagramma della fig. 2 non è una curva riducibile ad una forma analitica semplice e quindi non è stato possibile applicare il metodo di Chrystal e si è ritenuto opportuno tentare una soluzione con quello di Defant.

Determinazione delle grandezze relative alle sesse uni, bi e trinodale col metodo di Defant.

Come è noto si comincia col determinare, in prima approssimazione, il periodo della sessa uninodale mediante la formula di Merian:

$$T = \frac{2l}{\sqrt{gh}}$$

dove l è la lunghezza del lago e h la profondità media. Si calcolano poi gli spostamenti orizzontali e le variazioni degli spostamenti verticali $\Delta\eta$, sezione per sezione, mediante le seguenti espressioni:

$$\Delta\eta = \frac{4\pi^2}{gT^2}\xi\Delta x \qquad \xi(x) = -\frac{1}{S(x)}\int_0^x \eta b(x)dx$$

che si deducono immediatamente dalle equazioni idrodinamiche dei piccoli moti in un canale [1] e [2] essendo ξ ed η grandezze periodiche sinusoidali.

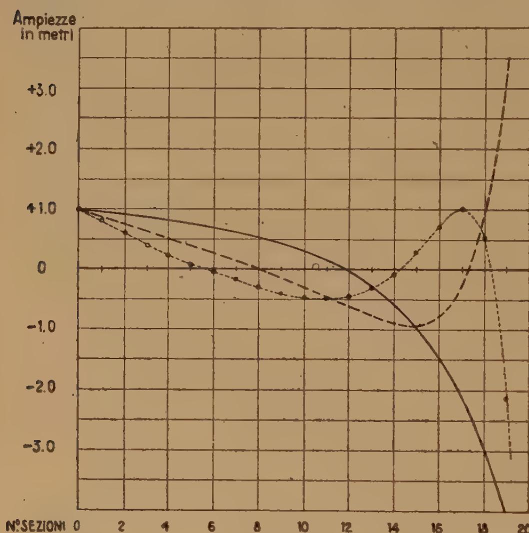


Fig. 3

Si fissa uno spostamento arbitrario, per es. $\eta=$ 100 cm (gli spostamenti reali sono in genere molto più piccoli di questo valore) per l'estremo $x=0$; le condizioni da soddisfare sono:

$$\xi(o)=0, \xi(l)=0$$

dato che per masse d'acqua chiuse, nel caso di oscillazioni libere, gli spostamenti orizzontali debbono annullarsi alle estremità.

Per un numero di sezioni trasversali sufficientemente grandi si può supporre che dall'estremità del lago $x=0$ fino alla prima sezione trasversale l'entità dello spostamento verticale resti immutata; in tal modo la grandezza:

$$q = \int_0^{x_1} \overline{\eta} b(x)dx = \overline{\eta} v(x_1)$$

può essere immediatamente calcolata essendo tutto noto; la q sta a rappresentare il volume d'acqua che passando attraverso la sezione $S(x_1)$ provocherebbe nella prima suddivisione del lago lo spostamento verticale assegnato di η cm. Si determina successivamente $\xi(x)$ e quindi $\Delta\eta$, che è la variazione dell'ampiezza verticale dall'estremità $x=0$ alla prima sezione. Si procede quindi da una sezione alla successiva calcolando i volumi d'acqua transitanti attraverso le varie sezioni e quindi gli spostamenti verticali da esse determinati nelle singole suddivisioni del lago. Per l'ultima sezione la cui superficie $S(l)=0$, dovrà aversi $q=0$. Se il periodo ottenuto con la formula di Merian è il

vero periodo della sessa uninodale eseguendo il calcolo si trova che per l'ultima sezione è: $q=0$. Se q risulta maggiore o minore di zero si dovrà correggere opportunamente il valore di T.

Con i dati della tab. n. 1 si è proceduto al calcolo secondo il metodo sopra accennato e nella tabella stessa vengono riportati i calcoli relativi alla sessa uninodale, binodale e trinodale per i valori più vicini al vero tra tutti quelli calcolati; la q finale non risulta esattamente uguale a zero ma è abbastanza piccola in tutti e tre i casi e precisamente maggiore di zero per la prima e minore di zero per la seconda e per la terza; interpolando i valori di T corrispondenti a questi calcoli con quelli di altri calcoli analoghi i valori definitivi di T risultano:

$T_{\mathrm{I}} = 4^{\mathrm{m}},03$ per la uninodale
$T_{\mathrm{II}} = 2^{\mathrm{m}},53$ » » binodale
$T_{\mathrm{III}} = 1^{\mathrm{m}},90$ » » trinodale.

Il diagramma della fig. 3 dà un'idea della distribuzione delle ampiezze degli spostamenti verticali secondo quanto risulta dai calcoli eseguiti con questo metodo.

La posizione delle linee nodali risulta la seguente:

per la uninodale:	$x_1^{\mathrm{I}} = 2122$	m.	tra	la	11ª	e	12ª	sezione
per la binodale:	$x_1^{\mathrm{II}} = 1451$	»	»	»	8ª	»	9ª	»
	$x_2^{\mathrm{II}} = 3067$	»	»	»	17ª	»	18ª	»
per la trinodale	$x_1^{\mathrm{III}} = 982$	»	»	»	5ª	»	6ª	»
	$x_2^{\mathrm{III}} = 2543$	»	»	»	14ª	»	15ª	»
	$x_3^{\mathrm{III}} = 3251$	»	»	»	18ª	»	19ª	»

Sesse uni, bi e trinodale con il metodo di Hidaka.

Alla equazione di Chrystal può darsi una ulteriore forma mediante l'introduzione della variabile $z=v/a$.

La funzione $\sigma(z)$ assume la forma:

$$\sigma(z) = h\gamma(z) \qquad [13]$$

dove h è una costante avente le dimensioni di un volume mentre la funzione $\gamma(z)$ ha evidentemente dimensioni nulle; le [11] e [12] divengono rispettivamente:

$$\frac{d^2u}{dz^2} + \frac{\lambda}{\gamma(z)}\, u = 0 \qquad [14]$$

$$u(o) = u(1) = 0 \qquad [15]$$

dove:

$$\lambda = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2 gh} \qquad [16]$$

La [14] con le condizioni [15] ammette soluzioni solo per determinati valori di λ.

Molti ricercatori (Chrystal, Proudman, Doodson, Hidaka, ecc.) hanno tentato di dare delle soluzioni della [14] applicabili effettivamente in pratica per la determinazione delle grandezze occorrenti nello studio delle sesse.

Esponiamo brevemente il metodo di Hidaka basato sul calcolo delle variazioni di Ritz.

La risoluzione della [14] con le condizioni [15] conduce a trovare il valore di minimo dell'integrale:

$$I(u) = \int_0^1 \left\{ \left(\frac{du}{dz} \right)^2 - \frac{\lambda}{\gamma(z)} u^2 \right\} dz \qquad [17]$$

A tal fine se si esprime la funzione u come una combinazione lineare delle $m+1$ funzioni:

$$\Psi_i(z) = z(1-z)z^i \qquad [18]$$

soddisfacènti alle stesse condizioni ai limiti di $u(z)$:

$$\Psi_i(o) = \Psi_i(1) = 0 \qquad (per\ i = 0,1,2,...m) \qquad [19]$$

e cioè:

$$u = \sum_{0}^{m} {}_i A_i \Psi_i(z) \qquad [20]$$

e si sostituisce la [20] nella [17] si possono determinare le condizioni di minimo per $I(u)$ risolvendo le $m+1$ equazioni:

$$\frac{\partial I}{\partial A_j} = 0 \qquad per\ j = 0,1,2,...,m \qquad [21]$$

che scritte in forma esplicita assumono il seguente aspetto:

$$\left.\begin{array}{l}
\left(\frac{1}{3} - I_0\lambda\right)A_0 + \left(\frac{1}{6} - I_1\lambda\right)A_1 + \left(\frac{1}{10} - I_2\lambda\right)A_2 + \cdots = 0 \\
\left(\frac{1}{6} - I_1\lambda\right)A_0 + \left(\frac{2}{15} - I_2\lambda\right)A_1 + \left(\frac{1}{10} - I_3\lambda\right)A_3 + \cdots = 0 \\
\left(\frac{1}{10} - I_2\lambda\right)A_0 + \left(\frac{1}{10} - I_3\lambda\right)A_1 + \left(\frac{3}{35} - I_4\lambda\right)A_2 + \cdots = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{array}\right\} \qquad [22]$$

dove:

$$I_n = \int_0^1 \frac{z^2(1-z)^2 z^n}{\gamma(z)} dz \qquad [23]$$

Se si eliminano le $m+1$ costanti A_i si ha l'equazione dei periodi sotto forma del determinante di ordine $m+1$:

$$\varphi(\lambda) = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} - I_0\lambda & \frac{1}{6} - I_1\lambda & \frac{1}{10} - I_2\lambda \ldots \\ \frac{1}{6} - I_1\lambda & \frac{2}{15} - I_2\lambda & \frac{1}{10} - I_3\lambda \ldots \\ \frac{1}{10} - I_2\lambda & \frac{1}{10} - I_3\lambda & \frac{3}{35} - I_4\lambda \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix} = 0 \qquad [24]$$

Hidaka ha calcolato le equazioni per $m=1$ ed $m=2$, P. Caloi ([9]) ha calcolato l'eq. per $m=3$.

La risoluzione della [24] diviene impossibile praticamente per m superiore a questi valori.

Nel nostro caso, come già abbiamo avuto occasione di ricordare, la $\sigma(z)$ non essendo esprimibile mediante una curva analitica di tipo semplice per applicare il metodo di Hidaka è stato necessario ricorrere ad una integrazione numerica degli integrali [23]; i calcoli fino al valore $n=4$, sono contenuti nella tabella n. 2, ed i risultati sono i seguenti:

TABELLA 2

Sezioni	$v(x)$ m²	$z = \frac{v(x)}{a}$	$\sigma(x) = S(x)b(x)$ m³	$\frac{z^2(1-z)^2}{\sigma(x)}$ 10^{-12}	Δz	$M = \frac{z^2(1-z)^2 \Delta z}{\sigma(x)}$ 10^{-12}	Mz 10^{-12}	Mz^2 10^{-12}	Mz^3 10^{-12}	Mz^4 10^{-12}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	131.250	0,021605	29.130.500	15,345	0,021605	0,3315	0,0072	0,0002	0,0000	0,0000
2	310.416	0,051097	83.462 500	28,168	0,029492	0,8307	0,0424	0,0022	0,0001	0,0000
3	547.916	0,090192	174.418.125	38,608	0,039095	1,5094	0,1361	0,0123	0,0011	0,0001
4	818.750	0,134774	286.218.750	47,509	0,044582	2,1180	0,2855	0,0385	0,0052	0,0007
5	1.208.333	0,198903	433.350.000	58,588	0,064129	3,7572	0,7473	0,1486	0,0296	0,0059
6	1.591.667	0,262003	584.618.750	63,951	0,063100	4,0353	1,0573	0,2770	0,0726	0,0190
7	1.993 750	0,328189	616.605 000	78,838	0,066186	5,2180	1,7125	0,5620	0,1844	0,0605
8	2 347 917	0,386488	558.657 000	100,641	0,058299	5,8673	2,2676	0,8764	0,3387	0,1309
9	2 760 417	0,454390	479 984.375	128,054	0,067902	8,6951	3,9510	1,7953	0,8158	0,3707
10	3.143.750	0,517490	473.875.000	131,568	0,063100	8,3019	4,2962	2,2232	1,1505	0,5954
11	3.514.584	0,578532	446.415 750	133,181	0,061042	8,1296	4,7032	2,7210	1,5742	0,9107
12	3 927.084	0.646434	337 394 750	154,389	0,067902	10,4833	6,7768	4,3807	2,8318	1,8306
13	4 310.417	0.709534	220.596 875	192,546	0,063100	12,1497	8,6206	6,1166	4,3399	3,0793
14	4.618.751	0.760288	161.303 125	205,917	0,050754	10,4511	7.9458	6,0411	4,5930	3,4920
15	4.968.751	0.817901	119 146.875	186,182	0,057613	10,7265	8,7732	7,1756	5,8689	4,8002
16	5.293.751	0.871399	73.525.000	170,799	0,053498	9,1374	7,9623	6,9384	6,0461	5,2686
17	5.579 167	0.918381	38.943.750	144,285	0,046982	6,7788	6,2255	5,7174	5,2508	4,8222
18	5.825.001	0.958848	14.850.000	104,848	0,040467	4,2429	4,0683	3,9009	3,7404	3,5864
19	5 985.416	0.985254	3.000.000	70,333	0,026406	1,8572	1,8298	1,8028	1,7762	1,7500
20	6.075 000	1	0	0	0,014746	0	0	0	0	0
						114,6209	71,4086	50,7302	38,6103	30,7232
						(I_0)	(I_1)	(I_2)	(I_3)	(I_4)

$$I_0 = 114{,}6209 . 10^{-12};\ I_1 = 71{,}4086 . 10^{-12};\ I_2 = 50{,}7302 . 10^{-12};$$
$$I_3 = 38{,}6193 . 10^{-12};\ I_4 = 30{,}7232 . 10^{-12}$$

Per $m=1$ la $u(z)$ assume la forma:

$$u=z(1-z)(A_0+A_1z)$$

e l'equazione dei periodi, secondo la [24], a calcoli fatti, è:

$$\varphi(\lambda)=715{,}55303.10^{-24}\lambda^2-8{,}38999.10^{-12}\lambda+\frac{1}{60}=0$$

Le radici di questa equazione sostituite nella [14] danno:

$T_1=4^m{,}03$ per la sessa uninodale
$T_2=2^m{,}12$ » » » binodale.

Il secondo periodo si discosta alquanto dal valore trovato col procedimento del Defant e quindi è più probabile che un valore più vicino al vero per la binodale sia quello che più sotto è stato ottenuto dall'equazione cubica a cui porta il metodo di Hidaka per $m=2$.

Infatti per $m=2$ l'espressione di u è la seguente:

$$u=z(1-z)(A_0+A_1z+A_2z^2)$$

e l'equazione che si deduce dalla [24] è:

$$\varphi(\lambda)=278{,}26430.10^{-36}\lambda^3-7{,}90287.10^{-24}\lambda^2+0{,}05674.10^{-12}\lambda-\frac{1}{10500}=0$$

da cui si traggono i seguenti valori per i periodi:

$T_1=4^m{,}12$ per la sessa uninodale
$T_2=2^m{,}31$ » » » binodale
$T_3=1^m{,}50$ » » » trinodale.

Determinazione delle linee nodali col metodo di Hidaka.

I nodi si determinano ponendo la condizione:

$$\frac{du}{dz}=0$$

che per $m=2$ diviene:

$$f(z)=4\frac{A_2}{A_0}z^3+3\left(\frac{A_1}{A_0}-\frac{A_2}{A_0}\right)z^2+2\left(1-\frac{A_1}{A_0}\right)z-1=0 \qquad [25]$$

dove i valori $\frac{A_1}{A_0}$ e $\frac{A_2}{A_0}$ si deducono da una coppia delle 3 equazioni tratte dalle [22]. Scegliendo le equazioni:

$$\left(\frac{1}{3}-I_0\lambda\right)A_0+\left(\frac{1}{6}-I_1\lambda\right)A_1+\left(\frac{1}{10}-I_2\lambda\right)A_2=0$$
$$\left(\frac{1}{6}-I_1\lambda\right)A_0+\left(\frac{2}{15}-I_2\lambda\right)A_1+\left(\frac{1}{10}-I_3\lambda\right)A_2=0$$

[26]

i valori di detti rapporti sono risultati, per λ corrispondente alla sessa uninodale:

$$\frac{A_1}{A_0}=2{,}57954 \qquad \frac{A_2}{A_0}=-3{,}11985$$

e quindi la [25] diviene:

$$f(z)=12{,}47940\,z^3-17{,}09817\,z^2+3{,}15908\,z+1=0$$

Le radici che soddisfano al nostro problema sono evidentemente soltanto quelle rispondenti alla condizione:

$$0\leq z\leq 1 \qquad [27]$$

in questo caso se ne ha una sola e precisamente:

$$z_1=0{,}47074$$

l'uninodo è quindi tra la 9ª e la 10ª sezione e precisamente in corrispondenza dell'ascissa:

$$x_1=1656\,m.$$

Ripetendo lo stesso procedimento con i valori di λ corrispondenti alla sessa bi e trinodale sostituiti nella [26] e traendo i rispettivi valori dei rapporti $\frac{A_1}{A_0}$ e $\frac{A_2}{A_0}$ da sostituire nella [24] si ha per la binodale

$$f(z)=25{,}23040\,z^3-28{,}97004\,z^2+4{,}69816\,z+1=0$$

che dà i seguenti due valori soddisfacenti alla condizione [27]:

$$z_1=0{,}37786 \qquad z_2=0{,}88841$$

Le ascisse dei binodi risultano quindi:

$x_1^{II}=1403\,m.$ tra la 7ª ed 8ª suddivisione
$x_2^{II}=2424\,m.$ » » 16ª » 17ª »

e per la sessa trinodale:

$$f(z)=12{,}38108\,z^3-20{,}67597\,z^2+9{,}59344\,z-1=0$$

che dà tutte e tre le radici soddisfacenti alla [27]:

$z_1 = 0{,}14640 \qquad z_2 = 0{,}59291 \qquad z_3 = 0{,}93065$

Le ascisse dei trinodi risultano quindi:

$x_1^{III} = 747m \qquad x_2^{III} = 2004m \qquad x_3^{III} = 3093m.$

Distribuzione delle ampiezze degli spostamenti verticali.

L'ampiezza dello spostamento verticale viene dato dalla [4]

$$\eta = -\frac{du}{dv} = -a\frac{du}{dz}$$

nel nostro caso:

$$\eta = -a \{ 4A_2z^3+3(A_1-A_2)z^2+2(A_0-A_1)z-A_0 \}$$

quindi l'andamento delle ampiezze degli spostamenti verticali, relativamente alle sesse, uni, bi e trinodale, ponendo: $\zeta = \frac{\eta}{aA_0}$ viene rappresentato dalle tre seguenti funzioni:

$$\overset{I}{\zeta} = 12{,}47940\,z^3 - 17{,}09817z^2+3{,}15908\,z+1$$

$$\overset{II}{\zeta} = 25{,}23040\,z^3 - 28{,}97004z^2+4{,}69816\,z+1$$

$$\overset{III}{\zeta} = -12{,}38108z^3 + 20{,}67597z^2-9{,}59304\,z+1$$

I risultati dei calcoli sono riportati nella tabella n. 3, e l'andamento delle stesse ampiezze si vede chiaramente nel diagramma n. 4.

Nella tabella n. 4 vengono riportati i risultati relativi al calcolo dei periodi e delle ascisse dei nodi ottenuti col metodo di Hidaka confrontati con quelli ottenuti col procedimento di Defant.

TABELLA 3

Sezioni	Z	ζ^{I}	ζ^{II}	ζ^{III}
0	0	+ 1	1	1
1	0,02160	+ 1,060	1,087	0,802
2	0,05110	+ 1,118	1,168	0,562
3	0,09019	+ 1,155	1,206	0,294
4	0,13477	+ 1,146	1,169	0,052
5	0,19890	+ 1,050	0,987	− 0,188
6	0,26200	+ 0,878	0,696	− 0,317
7	0,32819	+ 0,636	0,313	− 0,359
8	0,38649	+ 0,387	− 0,055	− 0,334
9	0,45439	+ 0,076	− 0,480	− 0,252
10	0,51749	− 0,215	− 0,830	− 0,143
11	0,57853	− 0,479	− 1,093	− 0,027
12	0,64643	− 0,732	− 1,253	+ 0,094
13	0,70953	− 0,909	− 1,239	+ 0,180
14	0,76029	− 0,997	− 1,086	+ 0,216
15	0,81790	− 1,026	− 0,732	+ 0,211
16	0,87140	− 0,973	− 0,209	+ 0,148
17	0,91838	− 0,853	+ 0,424	+ 0,038
18	0,95885	− 0,689	+ 1,112	− 0,104
19	0,98525	− 0,550	+ 1,638	− 0,223
20	1	− 0,460	+ 1,958	− 0,299

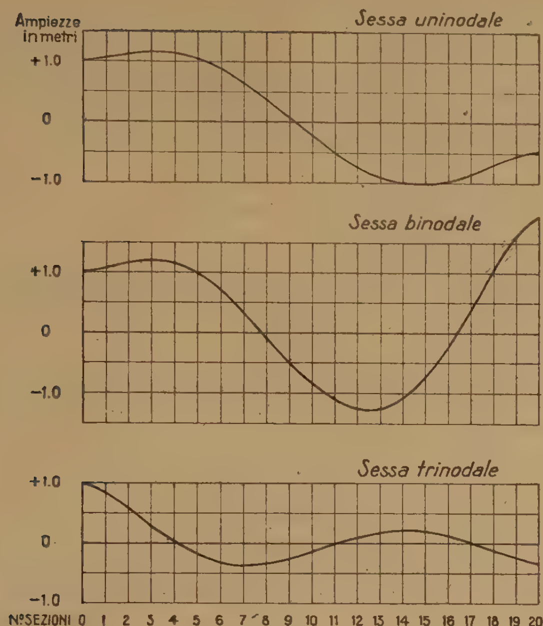


Fig. 4

Mentre sussiste una buona concordanza per i periodi, non si nota sensibile accordo nella posizione dei nodi dedotta con i due metodi; evidentemente il fattore di forma del lago ha una importanza fondamentale nei riguardi della formazione e delle caratteristiche delle sesse e tutti i metodi teorici ideati non possono ottenere altro che delle soluzioni più o meno approssimate. Il metodo di Hidaka è forse quello che può dare i migliori risultati nel caso di laghi aventi curve normali non troppo semplici, ed è quindi probabile che i risultati sopra ottenuti possano essere non troppo lontani dalla realtà; ad ogni modo i risultati sperimentali che si otterranno disponendo opportunamente gli apparecchi di osservazione potranno confermare o meno questa previsione. Dobbiamo altresì notare che le onde stazionarie che costituiscono le sesse si formano generalmente in senso longitudinale ma possono prodursi anche in senso trasversale e nel nostro caso dato che la dimensione trasversale non differisce notevolmente dalla longitudinale si potranno verificare sesse anche in questa ed in altre direzioni. In una prossima comunicazione verranno dati i risultati dello studio su un modello e quelli delle osservazioni dirette.

Tabella 4

Metodo	S. uninodale		S. binodale			S. trinodale			
	T^{I}	x^{I}	T^{II}	x_1^{II}	x_2^{II}	T^{III}	x_1^{III}	x_2^{III}	x_3^{III}
	sec	m	sec	m.	m	sec	m	m	m
Defant	242	2122	152	1451	3067	114	982	2543	3251
Hidaka	247	1656	139	1403	2424	90	747	2004	3093

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — gennaio 1948.

RIASSUNTO

Viene fatto uno studio teorico sulle sesse del lago di Albano nei colli laziali; si confrontano e si discutono i risultati ottenuti mediante l'applicazione di due metodi diversi.

BIBLIOGRAFIA

(1) MARINELLI O.: *Appunti per la storia della nostra limnologia con un'appendice sulle depressioni italiane.* Atti del V Congresso Geogr. Italiano, Napoli (1905).

(2) CUMIN G.: *La conca di Albano.* Appunti morfologici. Boll. della Soc. Geogr. Ital., Roma (1917).

(3) SABATINI: *Il vulcano laziale.* Roma 1900.

(4) RICCARDI R.: *I laghi d'Italia.* Boll. della Soc. Geogr. Ital., Roma (1925).

(5) MARINELLI O.: *Area e profondità dei principali laghi italiani.* Riv. Geogr. Italiana, Firenze (1894-95).

(6) CHRYSTAL G.: *On the Hydrodynamical theory of seiches.* Trans. of the R. Soc. of Edinburg, v. XLV, p. 455 (1955).

(7) DEFANT A.: *Neue methode, etc.* Ann. der Hydrogr., XLVI (1918).

(8) HIDAKA K.: *Application of Ritz's variation method to the determination of seiches in a lake.* Mem. Imp. Marine Obs. VI, 2 (1936).

(9) CALOI P.: *Le sesse del lago di Garda.* Annali di Geofisica n. 1 (1948).

(10) DE AGOSTINI G.: *Atlante dei laghi italiani.* Novara-Roma (14 tavole) 1917.

DISCUSSIONE E CONSIDERAZIONI SULLA COMPENSAZIONE D'INSIEME DELLA RETE INTERNAZIONALE DELLE STAZIONI DI RIFERIMENTO PER LE MISURE DI GRAVITA' RELATIVA (*)

C. Morelli

§ 1. — Premessa.

E' ben noto come, date le difficoltà e l'insufficiente precisione delle misure *assolute* di gravità, queste vengano eseguite solo in singoli casi, mentre tutte le altre centinaia di migliaia di misure di gravità che (con pendoli o gravimetri) sono state finora eseguite sulla Terra, sono misure *relative*. Esse presuppongono perciò che sia conosciuto il valore della gravità nei punti di partenza (*stazioni di riferimento*), che in gran numero sono state distribuite ovunque necessario: in generale, almeno una *principale* per ogni nazione dove venivano eseguite misure di gravità, e altre *secondarie* nelle zone dove successivamente lo richiedeva la necessità per altri gruppi di misure.

Il valore della gravità nelle stazioni di riferimento viene a sua volta dedotto mediante *collegamenti* con altre stazioni di riferimento dove esso sia noto o con un *caposaldo internazionale* (prima *Vienna* e poi *Potsdam;* v. § successivo) nel quale è stata eseguita una misura assoluta generalmente accettata come molto precisa.

Finché si rimane nell'ambito di misure di gravità dedotte da una sola stazione di riferimento, non è necessario che il valore di questa sia conosciuto con la massima precisione; questa diventa invece una necessità inderogabile non appena si passa a lavori d'insieme, nei quali siano considerate misure derivanti da diverse stazioni di riferimento (per esempio, nella determinazione delle ondulazioni del geoide).

Da ciò l'opportunità di eseguire numerosi collegamenti di alta precisione fra le singole stazioni di riferimento; e la necessità di pro-

(*) Comunicazione presentata al *Convegno di Firenze* (27-31 ottobre 1947) per il 75° *Anniversario della Fondazione* dell'Istituto Geografico Militare.

cedere ad una *compensazione* dei risultati quando questi collegamenti siano stati eseguiti.

Nel periodo intercorrente fra le due guerre mondiali, e specialmente negli ultimi anni, *numerosi nuovi collegamenti* erano stati eseguiti ed erano state istituite *molte nuove stazioni di riferimento*. Era perciò necessario, data anche la sufficienza del materiale di osservazione, fare il punto nella situazione, e ordinare tutti i dati disponibili, anche per farsi un'idea chiara delle possibilità del presente e delle necessità per l'avvenire.

Questo appunto abbiamo fatto in altro lavoro [1], di cui qui esporremo e discuteremo l'impostazione e i risultati più notevoli, nonché alcune conseguenze importanti che se ne possono trarre.

Ma soprattutto ci preme indicare qui le modalità per giungere ad una soluzione definitiva del problema, che dato il suo carattere internazionale solo attraverso la Collaborazione internazionale e la discussione nell'ambito dell'*Unione Geodetica e Geofisica Internazionale* potrà essere definitivamente risolto. Osiamo modestamente sperare che la presente trattazione del problema possa contribuire acché ciò avvenga, possibilmente, in occasione della prossima Assemblea Generale di Oslo (19-28 agosto 1948).

§ 2. — Cenno storico.

La necessità di presentare tutte le misure di gravità come un unico complesso si è già manifestata altre due volte negli ultimi 50 anni, dando così origine ai due ben noti *sistemi* che hanno preso il nome dal caposaldo fondamentale: *sistema di Vienna* e *sistema di Potsdam*. Nelle pagine che seguono illustreremo l'opportunità e la possibilità di introdurre oggi un terzo sistema che, per il modo come verrà ricavato, chiameremo *sistema internazionale*.

1. **Sistema di Vienna.** Quando lo Helmert volle presentare nel 1900 alla *Conferenza Internazionale di Parigi* [2] tutte le misure di gravità (1500 circa) che erano fino allora state eseguite, in numero notevole (1400) specialmente dopo l'introduzione dell'apparato pendolare di *R. von Sterneck* (1887), si trovò nella necessità di riferire tutte le misure ad un unico caposaldo, per il quale egli scelse:

Vienna I.G.M., dato che le 1400 stazioni sopra menzionate erano state eseguite quasi tutte dall'I.G.M. di Vienna e dalla Marina austro-ungarica partendo appunto dal valore di Vienna;

col valore di **g = 980,876** (*), ricavato attraverso collegamenti alle due misure assolute di *Vienna Osserv.* (v. Oppolzer, 1884) e *Monaco* (v. Orff. 1887).

I valori più probabili per le singole stazioni di riferimento in questo sistema vennero ricavati semplicemente facendo la media dei risultati, quando per esse esisteva più d'un collegamento.

2. **Sistema di Potsdam.** Lo stesso HELMERT osservava però già nel 1901 [3] che da controlli con misure successive il valore fondamentale precedente per Vienna I.G.M. sembrava risultare troppo alto di circa 0,015-0,020; e poiché nessuna delle miure assolute precedenti, affette in parte da notevoli errori sistematici, gli pareva adatta per ricavare un valore di *g* da ritenersi come fondamentale, fece proseguire per ben 8 anni la misura di gravità assoluta iniziata a Potsdam nel 1898 da *Kühnen e Furtwängler*, onde ridurre al minimo l'incertezza derivante da errori sistematici.

Il risultato che per questa misura venne pubblicato come definitivo è stato il seguente:

Potsdam I.G. 52° 22,9N 13° 4,1E h = 87 m g = 981,274 ± 0,003

e venne ritenuto fino a pochi anni fa come quello di una delle più precise misure assolute di gravità.

Questo fatto, e il fatto che subito dopo quasi tutte le stazioni di riferimento allora esistenti vennero collegate, anche più volte, con Potsdam, per cui il BORRASS poteva eseguire nel 1907 e presentare nel 1909 alla *Conferenza Generale di Londra* dell'*Assoc. Geodetica Internazionale* [4] un nuovo sistema compensato riferito a Potsdam, hanno fatto sì che in questa Conferenza il **sistema di Potsdam** proposto venisse senz'altro accettato, e che venisse fatta la *convenzione* — che allora sembrava più che giustificata — di accettare per Potsdam il valore 981,274.

Il risultato della compensazione per la differenza Vienna-Potsdam sembrava confermare le previsioni dello Helmert, dato che si ottenne:

Sistema di Potsdam = Sistema di Vienna — 0,016 cm sec^{-2}.

Le altre più importanti misure assolute fino allora eseguite presentavano però scarti ben diversi, che nel sistema di Potsdam risultavano ancora schematicamente i seguenti:

(*) Qui e nel seguito tutti i valori di *g* sono espressi in cm sec^{-2} (gal).

Roma (*Pisati-Pucci*, 1882/87)	—0,020
Madrid (*Barraquer*, 1882)	0,000
Parigi (*Defforges*, 1883)	—0,003
Padova (*Lorenzoni*, 1885/86)	—0,008

La forte eccedenza negativa di questi scarti avrebbe dovuto suscitare almeno qualche dubbio sulla precisione tanto notevole ammessa per il risultato di Potsdam, e quindi invitare a maggiori cautele prima di accogliere il *sistema di Potsdam*: ma essa non venne notata, ed il valore *convenzionale* 981,274 per il caposaldo di riferimento venne accettato senza discussione, nella convinzione che realmente esso fosse esatto entro pochi mgal come indicato.

La rete di riferimento compensata dal Borrass comprendeva 20 stazioni di riferimento principali, e soltanto circa 800 stazioni pendolari in più di quelle contenute nel « sistema di Vienna » presentato dallo Helmert nel 1900. Essa veniva ampliata nel Rapporto presentato all'Assemblea Generale di Amburgo del 1912 con l'aggiunta di circa 300 nuove stazioni. Cioè, in tutto, circa 2600 stazioni.

Da allora sono state eseguite però fino al giorno d'oggi parecchie decine di migliaia di nuove misure con pendoli, parecchie centinaia di migliaia di misure con gravimetri, ed esse hanno richiesto l'istituzione di varie decine di nuove stazioni di riferimento, oppure aumentata enormemente l'importanza di molte delle preesistenti. Nuovi e più precisi collegamenti vennero inoltre eseguiti in buon numero (oltre un centinaio) fra le stazioni di riferimento, e finalmente negli ultimi anni vennero anche eseguite e portate a termine nuove misure assolute, questa volta veramente di alta precisione (*Washington*, 1929-35; *Teddington*, 1938; per la misura assoluta di *Leningrado*, ripresa nel 1933, non è stato ancora reso noto il risultato ottenuto).

Ciò nonostante, i valori del Borrass continuavano a venire accettati, in qualche caso anche quando il disaccordo con le successive misure era evidente. In altri casi invece essi sono stati modificati direttamente dalle Nazioni interessate, facendo così perdere ogni validità alla compensazione del Borrass (come esempi, citiamo la correzione di —0,010 adottata nel 1930 per la stazione di riferimento nazionale svizzera, *Basilea*, dal NIETHAMMER: e la correzione di +0,005 per *Washington* adottata nel 1933 dall'U.S.C.G.S.).

Era quindi evidente *la necessità di una nuova compensazione* della rete di riferimento internazionale, propugnata anche in tutte le Assemblee Generali dell'Unione Geodetica e Geofisica Internazionale

fin da quella di Roma (1922), per iniziativa soprattutto del compianto prof. SOLER.

3. **Nuovo sistema « internazionale ».** Indotti anche da altre esigenze, quali derivavano dal riordinamento della rete gravimetrica pendolare in Italia ([5]), abbiamo perciò negli ultimi anni della seconda guerra mondiale *fissato una nuova rete di riferimento internazionale e ne abbiamo eseguita la compensazione* ([1]) con i criteri ed i risultati che qui riassumeremo.

Una volta in possesso di questa nuova rete compensata, è sorta immediatamente l'idea di ricavare in altro modo il valore del caposaldo internazionale: cioè, *non più per convenzione sul risultato di una sola misura assoluta, ma su quelli delle più importanti finora eseguite*; abbiamo perciò proposto di chiamarlo « **sistema internazionale** » ([6]) ([7]) ([8]).

Se la correzione derivante per il sistema di Potsdam fosse stata al più di un paio di mgal, l'introduzione del *nuovo sistema internazionale* proposto non avrebbe avuto significato; ma poiché essa è dello stesso ordine di grandezza di quella necessaria per passare dal « sistema di Vienna » al « sistema di Potsdam », dato che dopo le ultime discussioni e revisioni risulta essere ([9]):

Sistema internazionale = Sistema di Potsdam — 0,015 cm sec^{-2}.

ci sembra più che giustificato proporne l'accettazione.

Ritorneremo più avanti su questo argomento, allo scopo di richiamare anche su di esso l'attenzione delle competenti organizzazioni internazionali.

Prima di chiudere questa rassegna storica, dobbiamo ancora ricordare che *dopo* eseguita la nuova compensazione sopra menzionata, ci è pervenuta nel 1946 una pubblicazione di *W. Heiskanen* ([10]) nella quale viene fatto cenno ad un'altra compensazione della rete internazionale delle stazioni di riferimento compiuta da R. A. HIRVONEN. Nel lavoro citato di W. Heiskanen figurano anche i valori per 25 stazioni compensate da R.A. Hirvonen, che ben si accordano in generale con i corrispondenti risultati della nostra compensazione (v. § 8). Un confronto completo fra i metodi e i risultati delle due compensazioni sarebbe oltremodo interessante, ma purtroppo questa compensazione finlandese non è stata ancora pubblicata.

§ 3. — Compensazione d'insieme o compensazioni parziali?

Prima di eseguire la compensazione, era necessario decidere su quali criteri informarla. Il principale fra questi era quello relativo all'impostazione: è più conveniente procedere ad una compensazione d'insieme, o piuttosto alla istituzione di due o tre capisaldi principali, con ottimi collegamenti e compensati a parte, dai quali far dipendere le singole reti da compensare separatamente?

Allo stato attuale dei collegamenti esistenti, e quindi del materiale di osservazione disponibile, la prima soluzione (per la rete principale) ci è sembrata preferibile per i seguenti motivi:

1. — Limitando la compensazione principale solo ai collegamenti fra i due o tre capisaldi sopra menzionati, si verrebbero a trascurare tutti i collegamenti *indiretti* fra di essi (cioè per il tramite di altre stazioni intermedie), i quali sono in generale altrettanto, e spesso più numerosi e non meno attendibili dei collegamenti diretti.

2. — Per riuscire veramente pratica ed efficace, una tale rete principale dovrebbe includere per lo meno Washington e una stazione russa (per es. Leningrado o Mosca): altrimenti sarebbe sempre più consigliabile derivare i collegamenti per le altre reti da compensare direttamente del caposaldo internazionale (per es. Potsdam). Ma le predette stazioni non sono ancora sufficientemente collegate al giorno d'oggi.

3. — Tutte le altre stazioni di riferimento principali escluse da questa prima compensazione fondamentale dovrebbero:

a) o essere compensate tutte assieme, e allora tanto vale fare un'unica compensazione d'insieme, per quanto esposto in 1;

b) o essere compensate per gruppi, e allora si verrebbero a perdere i collegamenti esterni di ogni singolo gruppo coi gruppi vicini. Inoltre (con un paragone dedotto per analogia dalle reti geodetiche) mentre le tensioni interne dei singoli gruppi potrebbero così essere ridotte al minimo, quelle esterne (per collegamenti fra gruppo e gruppo) potrebbero risultare notevoli, e anche tali da compromettere seriamente i risultati.

Per questi motivi la compensazione da noi eseguita è stata una *compensazione d'insieme*. Precisiamo ancora che ciò si riferisce alla *rete principale*, perché naturalmente le reti di riferimento *secondarie* (nazionali), che nella maggior parte dei casi possono anche ri-

dursi alle singole stazioni di riferimento nazionali, devono in ogni caso esser compensate a parte.

Da quanto apprendiamo dalla Nota sopracitata di W. Heiskanen ([10]), la compensazione dello HIRVONEN è stata anche una compensazione d'insieme per la maggior parte delle stazioni principali, escluse però quelle della rete baltica, che sono state compensate a parte. Ciò è giustificato dal fatto particolare, chiaramente visibile dal *Quadro 1* allegato, che la rete baltica è completamente indipendente.

E. SOLER proponeva invece ([11]) di istituire un *triangolo fondamentale*: *Helsinki-Parigi-Padova*, da realizzarsi mediante numerosi collegamenti dei vertici fra di loro e con Potsdam; ogni altra stazione nazionale avrebbe dovuto poi collegarsi con almeno due di queste stazioni fondamentali.

Questo progetto si sarebbe prestato bene per una rete europea, ma non sarebbe stato sufficiente per una rete intercontinentale. Nella pratica però i collegamenti successivamente eseguiti non ne hanno tenuto conto.

§ 4. — SCELTA DELLA RETE, RISULTATI E PRECISIONE DELLA COMPENSAZIONE D'INSIEME

Una volta giunti alla conclusione (§ precedente) che una compensazione d'insieme è preferibile a compensazioni parziali, il punto più importante è quello della scelta dei criteri informatori con cui fissare la rete da compensare.

Abbiamo ritenuto conveniente procedere nel seguente modo:

1. — *Collegamenti*.

Tenuto conto che le misure antiche sono in generale molto imprecise, abbiamo anzitutto convenuto di considerare « antiche » tutte quelle anteriori al 1909, epoca nella quale sono stati generalmente introdotti la riduzione a supporto rigido e migliori determinazioni di tempo per gli stati dell'orologio. Questa data non ha valore assoluto; essa rappresenta, per così dire, il limite inferiore per tale introduzione in molti Paesi (Italia per es.), ma in altri tali miglioramenti erano già stati introdotti da tempo.

a) Perciò, in una prima compensazione, che abbiamo chiamata « *generalizzata* », abbiamo considerato anche alcuni collegamenti, fra i più attendibili, precedenti al 1909 (ma in ogni caso successivi

al 1890); e l'attendibilità di questi collegamenti è stata giudicata *anche* in base al confronto coi risultati di una prima *compensazione speditiva* effettuata sulla base dei soli collegamenti moderni, scartando tutti quelli che presentavano differenze superiori a 0,003.

b) In una seconda compensazione invece, chiamata *rigorosa*, abbiamo escluso senz'altro tutti i collegamenti anteriori al 1909.

2. — *Stazioni di riferimento.*

a) Nella compensazione *rigorosa* sono state incluse solo quelle stazioni di riferimento che possedevano *almeno due* collegamenti moderni *attendibili*. Qui il criterio di attendibilità è stato fondato sull'esame intrinseco della invariabilità dei pendoli, precisione delle correzioni applicate, ecc. Si tratta quindi di un criterio in parte soggettivo, poiché basato sul procedimento tenuto nelle singole determinazioni e sulla fiducia derivante dalla lettura delle rispettive relazioni; ma a priori non poteva essere fatto diversamente.

b) Nella compensazione *generalizzata* sono state incluse anche, per la loro importanza, tre stazioni *con un solo collegamento moderno, ma con altri e attendibili precedenti*: *Pulkowo*, perché punto di attacco importantissimo per tutta la rete russa (v. § 7); *Basilea Bern.*, perché stazione nazionale di riferimento per la Svizzera dal 1903 al 1928; e *Vienna I.G.M.* perché caposaldo internazionale fino al 1909 e collegata fino a quell'epoca con un gran numero di altre stazioni.

Le stazioni della rete principale compensata risultano così (ordinate per latitudine) dalla *tabella* della pag. seguente, nella quale sono riportati pure i risultati delle compensazioni e il valore conclusivo proposto.

Le coordinate e le altezze sono in generale quelle adottate nelle misure moderne. L'asterisco * contrassegna le stazioni già facenti parte della rete del Borrass; delle 20 stazioni su cui si basava la compensazione del Borrass se ne sono potute includere nella nuova compensazione soltanto 8. Le stazioni sottolineate sono quelle escluse dalla compensazione rigorosa (v. sopra, *b*).

3. — *Serie dei collegamenti.*

I collegamenti accettati fra le stazioni della tabella seguente sono stati ordinati cronologicamente e numerati da 1 a 19, se considerati nella compensazione generalizzata ma non in quella rigoro-

sa, e da 51 a 92 se in entrambe (questi sono quindi quelli che sopra abbiamo chiamato *attendibili moderni*).

Nell'impossibilità di riportarli qui per esteso, rimandiamo il lettore alla pubbl. (1) per particolari sui valori da essi risultanti, sugli osservatori, sulla fonte, nonché per le osservazioni ad essi relative. Qui ne riportiamo soltanto lo schema nel *Quadro 1*.

STAZIONE	LATITVDINE	LONGITVDINE (Greenwich)	h (m)	RISVLTATI DELLA COMPENSAZIONE generalizzata	rigorosa	Valore proprio	VBICAZIONE E NOTE
Helsinki	60° 10,6 N	24° 57,5 E	20,5	981,9154	981,9164	981,916	*Ist. di fisica dell'Univ. (dal 1924)*
Pulkowo *	59 46,3	30 19,7	71	,8998	—	,900	*Osserv. Astronomico*
Stoccolma	19,7	18 02,9	8,6	,8461	,8466	,847	*Rikets allm. Kartverk (dal 1926)*
Copenhagen	55 44,6	12 30,2	45	,5583	,5584	,558	*Ist. Geodetico, Pil. 1*
Poznan	52° 24,7	16 55,7	57	,2640	,2642	,264	*Ufficio delle Misure*
Potsdam *	22,9	13 04,1	87	,2740	—	,274	*Ist. Geodetico*
Varsavia	14,4	21 00,2	111	,2402	2404	,240	*Ufficio Naz. delle Misure*
De Bilt	06,2	5 10,7	2	,2676	,2680	,268	*Ist. Meteorologico*
Greenwich *	51 28,6	0 00,3	47	,1892	,1893	,189	*Ex Padiglione magnetico (dal 1927)*
Uccle	50 47,9	4 21,5	102	,1313	,1315	,131	*Osserv. Reale*
Cracovia	03,9	19 57,6	205	,0533	,0535	,053	*id. Astronomico*
Brno	49 12,4	16 35,5	247	980,9607	980,9608	980,961	*Politecnico, Ist. Geodetico*
Parigi *	48 50,2	2 20,2	61	,9455	,9461	,946	*Osserv. Astronomico*
Strasburgo *	35,0	7 46,1	137	,8991	,8998	,899	*id. dell'Universita'*
Vienna Oss. *	13,9	16 20,4	236	,8526	,8529	,853	*Oss. Astr. (Währing, Türkenschanze, sotterr. Nord)*
Vienna IGM *	12,7	21,5	183	,8595	—	,860	*Ex Ist. Geogr. Milit. (Pilastro in cantina)*
Monaco *	08,7	11 36,6	525	,7328	,7329	,733	*Oss. Astr. (Bogenhausen) cantina sotto il rifrattore*
Basilea Bern.	47 33,6	7 34,8	277	,7778	—	,778	*Bernouillianum (equatoriale dal 1903 al 1928)*
id. Binn.	32,5	35,1	310	,7649	,7652	,765	*Binningen, Ist. Astr. Met. Univ. (base del grande Sism.; dal 1928)*
Budapest	28,9	19 03,2	106	,8527	,8530	,853	*Ist. Geod. Univ. Sc. Tecn.*
Lione	45 41,0	4 46,8	296	,6186	,6189	,619	*Oss. Saint-Genis-Laval*
Padova	24,1	11 52,2	19	,6555	,6561	,656	*Oss. Astronomico*
Ottawa	23,6	75 43,0 W	83	,6217	,6210	,622	*Dominion Observatory*
Torino	04,1	7 42,0 E	231	,5441	,5445	,544	*Ist. Geod. dell'Universita'*
Bologna	44 29,8	11 21,3	50	,4506	,4511	,451	*id. id. id.*
Genova	25,15	8 55,3	97	,5565	,5568	,557	*Ist. Idrografico*
Firenze IGM	43 46,8	11 15,2	48	,5017	,5019	,502	*Ist. Geogr. Militare*
id. Arc.	45,2	16,5	184	,4896	,4892	,490	*Oss. Astr. di Arcetri*
Pisa	43,2	10 23,4	3	,5358	,5362	,536	*Ist. Geod. dell'Universita'*
Roma	41 53,6	12 29,7	49	,3660	,3663	,366	*Scuola Ingegneria*
Madrid	40 24,5	3 41,2 W	655	979,9826	979,9830	979,983	*Oss. Astronomico*
Washington	38 53,6	77 02,0	0	980,1186	980,1180	980,118	*Commerce Build. (dal 1932)*
Lisbona	42,5	9 11,2	75	,0881	,0885	088	*Ist. Geografico*

4. — *Pesi.*

Il problema più grave e delicato nell'impostazione della compensazione è quello dei *pesi* da attribuire ai singoli collegamenti, in quanto il materiale di osservazione disponibile è dovuto a vari osservatori, con strumenti e metodi diversi, e si estende nel tempo per ben 50 anni: l'insieme si presenta quindi tutt'altro che omogeneo, ed è perciò indispensabile trovare il modo di poterlo giustamente valutare.

Essendo risultata inattuabile praticamente la deduzione dei pesi

sulla base degli errori medi pubblicati, e poiché d'altra parte questa condizione è soltanto una condizione necessaria, ma non sufficiente (v. § 5, *Risposta* alla 4ª *Obb.*), per la determinazione dei pesi da attribuire alle singole misure abbiamo quindi parzialmente *adottato* (solo come *informativo*) lo stesso criterio seguito per decidere quali delle misure effettuate dal 1891 al 1908 andavano tenute per buone o scartate: si sono cioè *anche* confrontati i valori osservati nelle singole stazioni coi valori per queste dedotti con la compensazione speditiva sulla base delle sole misure moderne, tenendo conto ove possibile dei particolari di osservazione pubblicati.

Considerando infine che l'errore medio anche delle misure più antiche *incluse nella presente compensazione* non è superiore a ± 0,0032, e che per quanto si dirà più avanti sugli errori sistematici nelle misure moderne è pure impossibile ottenere una precisione superiore ± 0,001 con pendoli liberi, il peso attribuito ad ogni differenza di gravità osservata *in base al suo errore medio* è stato 1 nel primo caso, 10 nel secondo, ed inversamente proporzionale al quadrato dell'errore medio nei casi intermedi.

5. — *Equazioni generate e risoluzioni del sistema normale.*

Senza entrare nei particolari, ricordiamo che dalla ben nota formula per le misure di gravità relativa

$$g_i = g_1 \frac{T_1^2}{T_i^2}$$

dopo alcuni semplici passaggi e sostituzioni si ottiene la seguente *equazione generata* fondamentale

$$u + (i) = d_i + v_i$$

dove u è una costante per la serie, (i) la correzione da applicare al valore approssimato scelto per la stazione i, d_i la differenza fra il valore osservato e quello approssimato, e v_i la correzione al valore osservato nel punto i.

Da queste equazioni generate scritte per tutti i collegamenti si sono ricavate le corrispondenti *equazioni ridotte*, che moltiplicate per il proprio peso hanno dato luogo ad altrettante *equazioni normali ridotte*. Da queste, sommando assieme tutte le equazioni relative ad ogni stazione, si è ottenuto un *sistema normale* di 33 equazioni nelle

33 incognite (i) nel caso della compensazione generalizzata, di 30 equazioni in 30 incognite nel caso della compensazione rigorosa.

Tenendo conto di tutti gli accorgimenti e dei continui controlli per ogni equazione del sistema risolvente, il sistema normale è stato risolto nel primo caso col metodo di Gauss e col metodo dei coefficienti indeterminati, ottenendo soluzioni coincidenti entro 0,00006 nei due casi, ed errori medi per le incognite sempre inferiori a 0,0013: *ciò comprova la buona attendibilità dei valori ottenuti dalla presente compensazione*, e lascia sperare che difficilmente i risultati di una nuova compensazione potrebbero differire da quelli della nostra per più di 2 mgal, almeno per le stazioni della rete principale.

Analoghe conclusioni valgono a maggior ragione per i risultati della risoluzione del sistema normale nel caso della compensazione rigorosa, che però è stata effettuata solo col metodo di Gauss.

§ 5. — Discussione critica dell'impostazione

Ci proponiamo qui di sottoporre a critica senza pregiudizi soprattutto i criteri che hanno portato all'impostazione della presente compensazione.

1ª Obbiezione: *Sarebbe stato meglio includere nella rete principale soltanto stazioni di riferimento con almeno tre collegamenti moderni attendibili.*

Risposta: La stabilità della rete sarebbe con ciò aumentata più in apparenza che in realtà. Difatti (v. Quadro 1), ne sarebbe stata esclusa una stazione periferica (*Lisbona*) senza alcun riflesso sul resto della rete, tre stazioni centrali (*Greenwich, Vienna Oss. e Monaco*) dove l'ottima concordanza di tutti i collegamenti (anche antichi) sta a convalidare l'attendibilità del risultato e ne giustifica l'inclusione nella rete, e due stazioni (*Torino* e *Brno*) che non possono alterare che minimamente gli altri valori della rete. In tutto quindi *sei* stazioni, di cui però cinque forniscono ottimi collegamenti indiretti fra le altre stazioni della rete principale e la cui soppressione avrebbe quindi diminuito, e non rafforzato la sua stabilità.

2ª Obbiezione: *I risultati della compensazione dipendono dalla scelta delle stazioni e dei collegamenti.*

Risposta: Ciò può essere vero qualora, omettendo molte stazioni (intermedie) con buoni collegamenti, si finisca con l'eliminare molti collegamenti indiretti. Se però i collegamenti che rimangono sono ve-

ramente attendibili, la variazione dei valori non può essere che minima.

Una prova in tal senso è fornita dal fatto che nella nostra « compensazione rigorosa » sono state omesse 3 stazioni e 19 collegamenti (tutti gli antichi, più qualche moderno) rispetto a quella « generalizzata », senza che i risultati abbiano subito alcuna modifica sostanziale.

3ª Obbiezione: *L'accettazione (nella compensazione generalizzata) dei soli collegamenti del periodo* 1891-1908 *che scartano per non più di 3 mgal dai valori calcolati con una compensazione speditiva dà a questa un'importanza e un'influenza sui risultati finali più forte di quelle che di norma si hanno da un calcolo di prima approssimazione* (e che non hanno in generale alcuna influenza sul risultato definitivo).

Risposta: Trattandosi di misure antiche, era necessario trovare un modo per escludere dai calcoli quelle che *più probabilmente* erano da ritenersi affette da maggiori errori. Per non influire però eccessivamente sul risultato finale, ai collegamenti di questo periodo inclusi nella compensazione si è attribuito un peso minimo (al massimo il peso 2).

4ª Obbiezione: *I pesi per i vari collegamenti avrebbero dovuto essere ricavati in maniera esclusivamente obbiettiva, per esempio solo in funzione degli errori medi pubblicati dai singoli Autori.*

Risposta: Anche a prescindere dal fatto che ben pochi Autori hanno pubblicato gli elementi indispensabili per poter dedurre a priori la precisione dei singoli collegamenti in maniera rigorosa, la seguente considerazione di carattere generale consiglia di seguire una via diversa. Difatti, l'esame critico approfondito delle cause di errori sistematici nelle misure di gravità relativa coi pendoli ha rivelato che ci si trova spesso di fronte a cause non suscettibili di misura (per es. forte influenza magnetica, microsismi, ecc.). Si tratta di cause che influiscono nello stesso modo su tutte le osservazioni di una stazione, ma non ugualmente per tutte le stazioni.

Solo ai geodeti più scrupolosi e precisi è riuscito di constatare come anche all'esame più accurato possono sfuggire queste cause sistematiche di errore, che rimangono inesplicate. Simili errori sistematici essendo dell'ordine di grandezza di quelli accidentali o perfino ad essi superiori, ne risulta che « *il criterio di precisione ottenuto dalla concordanza intrinseca delle misure si deve considerare in generale come illusorio* » (Kwiatkowski, Lejay).

Cioè, osservazioni regolari condotte con metodo e con gran cura, su ottimi pilastri, possono anche fornire valori molto concordanti e quindi « scarti medi » molto piccoli: ma questo non significa senz'altro che non siano presenti errori sistematici anche notevoli, che solo altre misure, svolte da altri operatori con altri strumenti e con la stessa accuratezza, possono mettere in evidenza.

Ne segue che dalle pubblicazioni con i particolari delle osservazioni si possono ricavare in generale piuttosto indicazioni per lo studio del metodo che sulla precisione effettiva dei risultati: questa risulta invece sicuramente *dalla ripetizione delle misure con strumenti, metodo ed osservatori diversi*. Conclusione questa importantissima, che comprova la necessità anzitutto di un esame accurato dei dati disponibili e *successivamente di un confronto fra tutti i collegamenti riferentisi alla stessa coppia di stazioni*, dal quale solo il giudizio personale del ricercatore potrà, quando possibile, ricavare i veri gradi di attendibilità. Quindi, giudizio *soggettivo*, ma solo nel senso che molte volte la concordanza delle singole misure, e quindi la piccolezza dell'errore medio, non è sufficiente a garantire l'attendibilità del risultato, e che allora (naturalmente, ciò non è sempre possibile) è l'abilità del ricercatore che deve trovare il modo di ricavarla.

5ª Obbiezione: *I pesi per i collegamenti moderni dovrebbero essere tutti dello stesso importo.*

Risposta: Già da quanto precede risulta che i pesi *devono* essere differenti. Possiamo aggiungere ancora che anche *l'epoca* influisce in generale sull'attendibilità delle osservazioni, in quanto la tecnica strumentale e osservativa, la precisione della correzione del tempo e delle altre correzioni ai valori osservati, ecc., migliora continuamente coll'incessante progresso della scienza.

In generale, non abbiamo perciò attribuito peso superiore a 2 alle misure anteriori al 1900, a 4 a quelle anteriori al 1909, a 6 a quelle anteriori al 1924 (mentre, come si è detto, alle misure anteriori al 1890 si è attribuito peso nullo, cioè si sono escluse).

6ª Obbiezione: *I risultati della compensazione dipendono dai pesi.*

Risposta: Questo, naturalmente avviene in ogni caso. Ma la dipendenza non è tale da ritenere che una differente scelta *ragionata* dei pesi porterebbe a risultati sensibilmente diversi. Difatti, da quanto precede risulta che il metodo che abbiamo seguito è forse fra i meno soggettivi; e la concordanza soddisfacente con i risultati della compensazione, *svolta in maniera del tutto indipendente e diversa*

dallo Hirvonen (il quale ha invece attribuito peso 1 a tutti i collegamenti anteriori al 1901, e peso 5 a tutti quelli moderni), è un'ottima prova indiretta dell'esigua influenza dei pesi.

7ª Obbiezione: *La rete baltica avrebbe potuto essere compensata a parte* (come ha fatto R. A. Hirvonen), *non possedendo alcun collegamento con altre stazioni di riferimento diverse da Potsdam* (v. Quadro 1).

Risposta: Ne sarebbe solo derivata una maggiore schematicità, ma non una effettiva riduzione dei calcoli; perchè le equazioni (generate e normali) sono solo funzioni delle incognite corrispondenti alle stazioni con cui esistono effettivi collegamenti.

8ª Obbiezione: *Nella rete principale non dovrebbe essere inclusa più di una stazione di riferimento per Stato.*

Risposta: Ciò implicherebbe anzitutto nella maggior parte dei casi (quando cioè i collegamenti internazionali per la stazione scelta non fossero sufficienti) la necessità di procedere prima a compensazioni parziali *interne* per ogni singolo Stato (rese più semplici dal fatto che nei collegamenti interni è da prevedere almeno in generale una maggiore omogeneità: es. Polonia; spesso però questa è soltanto illusoria: es. Italia); in modo da permettere di ricondurre i collegamenti fra stazioni qualunque di due Stati diversi a collegamenti fra le stazioni fondamentali di quei due Stati.

Osserviamo però subito che queste compensazioni parziali preliminari sono possibili dove si tratti di reti *solamente interne*, ma non quando molti dei collegamenti dipendono dall'estero (cioè da stazioni non ancora compensate, per le quali non si conoscerebbe ancora il valore più probabile), come nella totalità dei casi che avremmo dovuto affrontare (v. *Quadro* 1: nella rete francese. *Lione* è collegata soprattutto con *Basilea*, e *Strasburgo* con *Uccle*; in quella tedesca, *Monaco* dipende anche da *Basilea* e da *Vienna;* nella polacca, *Cracovia* da *Vienna;* in quella italiana, *Genova* è collegata soprattutto con *Vienna* e *De Bilt*, *Firenze* anche con *Lione*).

Inoltre la compensazione generale con una sola stazione fondamentale per Stato avrebbe semplificato il problema, com'è intuitivo, soltanto nella estensione dei calcoli, e anche qui non di molto per la necessità delle compensazioni parziali. Mentre una seria complicazione, e non formale, sorgerebbe allora dalla necessità di dover decidere sui pesi per i collegamenti fra stazioni non fondamentali, i cui valori non presenterebbero necessariamente tutti la stessa atten-

dibilità. Si correrebbe così il rischio di rendere in maggior misura le stazioni fondamentali affette dagli errori commessi nei collegamenti con e fra le secondarie.

Per cui non abbiamo ritenuto di introdurre quest'ulteriore limitazione, anche per le seguenti altre considerazioni:

a) Quando in uno Stato ci fossero state più stazioni con all'incirca gli stessi requisiti (cioè, lo stesso numero di buoni collegamenti con l'estero), sarebbe stato necessario scegliere fra esse. Anche facendo astrazione dalla considerazione che tale scelta avrebbe reso necessario il parere in proposito delle competenti Commissioni Geodetiche Nazionali o Organi corrispondenti, impossibile ad ottenersi durante la guerra, restava soprattutto l'inconveniente di dover scartare in tal modo dalla rete internazionale stazioni molto importanti e con buoni collegamenti (es. per l'Italia *Roma* e *Genova*, per la Francia *Strasburgo*, per la Polonia *Cracovia*); e ciò avrebbe portato certamente ad una diminuzione della stabilità della rete internazionale compensata.

b) Un ulteriore indebolimento della rete in questo senso, seppure di minore importanza si sarebbe avuto sopprimendo anche le altre stazioni nazionali con i requisiti sopra fissati ma con meno collegamenti con l'estero (cioè, con collegamenti soprattutto nazionali). Difatti, attraverso queste stazioni risultano ulteriori collegamenti (indiretti) fra gli altri capisaldi internazionali (per es. *Monaco* collega Basilea con Potsdam, *Cracovia* collega Varsavia con Vienna, ecc.), oppure vengono consolidate le differenze fra le principali stazioni nazionali (es. *Poznan* fra Varsavia e Cracovia; *Torino*, *Bologna*, *Firenze* e *Pisa* fra Padova, Genova e Roma; ecc.).

Osserviamo infine che con la scelta di un solo caposaldo per Stato da includersi nella compensazione internazionale, le stazioni da escludersi sarebbero state (molto probabilmente):

Francia	-	*Strasburgo* e *Lione;*
Germania	-	*Monaco;*
Svizzera	-	*Basilea Bern.;*
Polonia	-	*Cracovia* e *Poznan;*
Austria	-	*Vienna I.G.M.;*
Italia	-	*Torino, Genova, Bologna, Firenze I.G.M., Firenze Arc., Pisa* e *Roma.*

Con la perdita di quasi la metà delle stazioni la rete qui compensata si sarebbe naturalmente semplificata, il lavoro sarebbe stato

più semplice, ma (come un semplice sguardo al Quadro 1 lo dimostra) avrebbe anche perduto molto nella sua stabilità.

Ad ogni modo, qualora dalla discussione, che ci auguriamo possa avere origine da questo lavoro, risultasse chiaramente l'opportunità di ridurre il numero dei capisaldi internazionali ad uno, o al massimo due per Stato, saremmo ben lieti di rifare la compensazione così ridotta, soprattutto se dalla discussione risultassero nuovi elementi.

Specifichiamo ancora che il maggior numero di stazioni italiane rispetto a quelle degli altri Stati incluse nella rete *è dovuto solamente al fatto che*, una volta fissato il criterio di ammissione nella rete da compensare (almeno due collegamenti moderni), *in Italia tante ne esistevano con i requisiti richiesti*. Di esse anzi alcune (*Bologna*, *Pisa* e *Firenze Arcetri*) non sono (ancora) state vere e proprie stazioni di riferimento, ma possedendo i requisiti richiesti sono state incluse per aumentare la stabilità della rete (secondo quanto dianzi si è detto). E ricordiamo anche che è stata proprio la necessità di una compensazione della rete italiana e delle stazioni di riferimento finitime che ha dato origine alla presente compensazione.

§ 6. — Discussione dei risultati

Abbiamo visto nei due §§ precedenti che i risultati della compensazione si possono accettare con fiducia sia per quanto riguarda l'impostazione che per l'esecuzione dei calcoli, dato che gli errori medi sono al massimo dell'ordine di 1 mgal, e quindi più che soddisfacenti. Resta ancora da vedere se questa attendibilità è proprio *reale*, e non illusoria per es. per la coincidenza casuale dei risultati di collegamenti insufficienti o poco attendibili. Perciò abbiamo esaminato separatamente ogni singola stazione ed i collegamenti ad essa relativi.

I risultati di questa discussione si possono riassumere come segue:

a) *La maggior parte delle stazioni di riferimento incluse nella rete principale compensata possiedono collegamenti sufficienti per confermare che il risultato della compensazione si può accettare con giustificata fiducia sicuro con l'approssimazione di 1 mgal.*

b) Data l'importanza delle stazioni, *un ulteriore collegamento di controllo di grande precisione è auspicabile per Greenwich e Parigi;* non sembra necessario, ma non sarebbe inutile anche per *Brno* e *Strasburgo*.

c) Data la forte discordanza di alcuni dei collegamenti per *To-*

rino, di cui non si è tenuto conto nella compensazione, auspichiamo un nuovo collegamento anche per questa stazione.

d) Per *Washington* una parte del nostro voto espresso in (1) è stata esaudita poiché le principali stazioni di riferimento sono state collegate con grandissima precisione mediante gravimetro nel 1946 da S. HAMMER (12). Si possono così accettare come definitive le seguenti differenze fra le varie stazioni di riferimento di Washington da quella al *Nat. Bureau of Standards*, sede della misura assoluta (U.S.C.G.S. n. 84A):

Richards Bldg.	(U.S.C.G.S. n. 21)	:	15,1 mgal
Smithsonian Inst.	(» » 22)	:	19 »
Commerce Bldg.	(» » 337)	:	19,5 »

Ne consegue che i collegamenti effettuati con le varie stazioni in Washington, riportati al *Commerce Bldg.* che è l'attuale stazione di riferimento nazionale degli U.S.A., darebbero i seguenti risultati:

				Pesi
con Potsdam	1900	McDiarmid-Miller	,115	2
» Ottawa	1914/21	Putnam	,121	2
» De Bilt	1928	Vening Meinesz	,124	2
» Potsdam	1929	Miller	,122	8
» »	1932/33	Brown	,1176	8
» Teddington (*)	1939	Bullard-Browne	,1175	4

Con i pesi indicati nell'ultima colonna, e giustificati dal fatto che i due primi collegamenti sono piuttosto antichi, mentre la misura di Vening Meinesz non era un collegamento diretto con Potsdam, si ottiene il seguente risultato:

Washington Commerce Bldg. g = 980,1192

Ciò comporterebbe per le altre stazioni di riferimento in Washington i seguenti valori:

Nat. Bureau of Standards	980,100
Richards Bldg.	,115
Smithsonian Inst.	,119

(*) Il valore di Teddington si può accettare con sufficiente attendibilità in 981,195, dopo un nuovo collegamento Teddington-Greenwich della Anglo-Iranian Oil Co. nel 1947 mediante gravimetro (*cortesia di E. C. Bullard*).

Data però la notevole discordanza fra i risultati dei vari collegamenti per Washington, questi risultati devono assumersi come provvisori, ed è invece da auspicare quel collegamento di altissima precisione fra Washington e le altre sedi delle principali misure assolute, per cui è espressa la necessità nel § 10; tanto più che il collegamento del Brown (1933) ha rivelato per il tratto in Washington (N.B.S.-Comm. Bldg.) un errore di circa 2 mgal dal confronto con le misure con gravimetro ([12]).

§ 7. — Estensione della rete compensata

Lo scopo fondamentale della rete principale compensata è quello di fornire dei capisaldi convenientemente distribuiti, dai quali sia possibile ricavare con grande sicurezza il valore della gravità in altre stazioni (di riferimento), senza dover collegarsi ogni volta direttamente con Potsdam. *Si ha quindi ora la possibilità di dedurre il valore di ogni altra stazione di riferimento*, o anche di nuove reti secondarie, *mediante* (almeno due) *collegamenti attendibili con stazioni* (preferibilmente diverse) *della rete principale.*

Nell'impossibilità di riportare tutti i dati di osservazione, le coordinate delle stazioni ed i calcoli eseguiti in ([1]), ci limiteremo ad esporre qui in sintesi i risultati per i seguenti casi considerati:

1. — *Reti secondarie di riferimento compensate a parte*

Data la grandissima importanza della rete nazionale di riferimento russa, poiché da essa dipendono i valori di oltre 10.000 stazioni pendolari nell'U.R.S.S. (finora solo in minima parte note);

dato che per esse sono state eseguite dal Pariysky due compensazioni parziali: la prima nel 1935 per tutte le stazioni esclusa Tiflis, omettendo per Pulkowo i due importantissimi collegamenti del 1930, e accettando per Leningrado i risultati ottenuti a parte dal Gishitzky; la seconda nel 1945 solo per Tiflis;

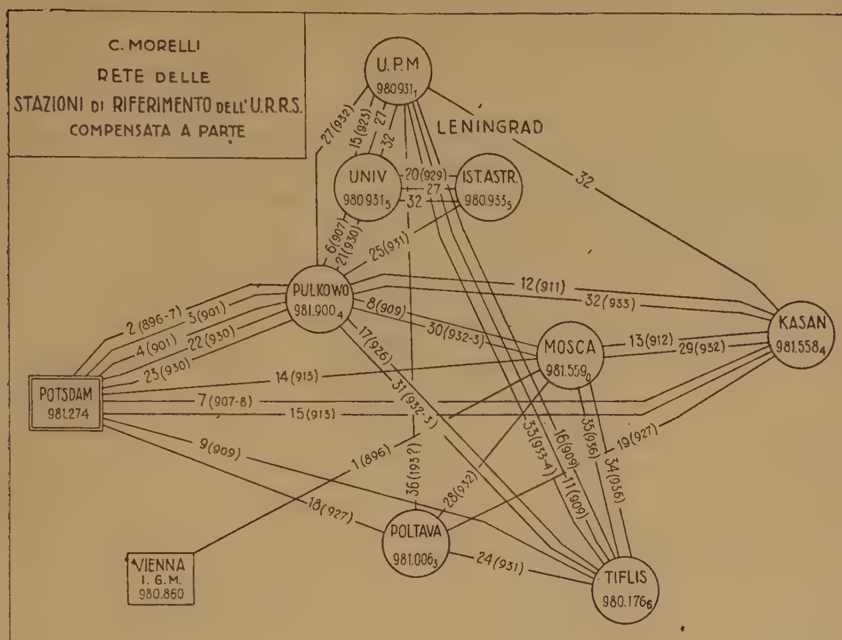
abbiamo ritenuto non inutile *eseguire una compensazione d'insieme della rete di riferimento russa*, con i criteri già adottati per la rete internazionale principale e sopra esposti, ed effettuando l'attacco a questa attraverso Potsdam e Vienna (anziché solo con Potsdam, come ha fatto il Pariysky per la prima compensazione sopra citata). Per brevità ci limitiamo a riportare lo schema dei collegamenti ed i risultati nella *fig. seguente.*

RETE G
DELL
CC
Ossservatoric

HELSINKI (981.916)
LENINGRAD U.P.M. (980.931)
Pulkovo (981.900)
Tallinn (981.839)
Riga (981.659)
Kaunas (981.492)
(981.450)
OTTAWA (980.622)
VARSAVIA (981.240)
WASHINGTON (980.118)
CRACOVIA (981.053)
UDAPEST (980.853)
LISBONA (980.088)
61 (926)
72 79 92 (941)
72
55 (914.21) 66
63 (926) 86
68 (929)
79 57(

STAZIONI
base internazionale
con almeno 2 collegamenti dal 1909
(compensazione rigorosa)
con i colleg. dal 1909 ed altri sicuri
comp. generalizzata
compensate a parte
con misure assolute
.502) valori di g compensati

COLLEGAMENTI
7 (899) - - fino al 1908 (serie 1÷17; comp. generalizzata)
17 (923) — dal 1909 (" 18÷19; " ")
. anno " (" 51÷92; " rigorosa)
ie



Come si vede, la rete si presenta molto ben collegata e omogenea. L'errore medio dei risultati della nostra compensazione è al massimo dell'ordine di 1 mgal; ed essi differiscono al massimo di 0,5 mgal dai valori ottenuti dal PARIYSKY. Ciò comprova la grande attendibilità dei risultati.

Poiché però il valore per Leningrado ha un'importanza grandissima essendo sede di una nuova misura assoluta (v. §10), si ritiene preferibile concludere come segue:

a) *I valori ottenuti per Pulkowo, Mosca, Kasan, Poltava e Tiflis si presentano molto sicuri,* per cui è poco probabile che eventuali collegamenti futuri possano apportare variazioni superiori ad 1 mgal; per questi riguardi la rete russa si può ritenere come una delle reti nazionali meglio collegate e di maggior fiducia.

b) *Per Leningrado sarebbe molto opportuno un nuovo collegamento fra le tre stazioni e soprattutto fra la stazione assoluta (all'Ufficio Pesi e Misure) e qualche altra stazione della rete internazionale compensata* pure sede di misure assolute moderne (Washington, Teddington o anche Potsdam).

Con questa compensazione a parte della rete russa abbiamo inteso anche mostrare praticamente come sia possibile *ampliare* la rete in-



C. MORELLI
ESTENSIONE DELLA RETE COMPENSATA DELLE STAZIONI DI RIFERIMENTO
▼ Stazioni compensate a parte
● id. per cui non sono noti collegamenti moderni
Quadro I
Quadro I
AKVREYRI (982.342)
ROVANIEMI (982.360)
MOSCA (981.559)
KASAN (981.558)
POLTAVA (981.006)
ODESSA (980.764)
TIFLIS (980.177)
TASCHKENT (980.079)
DEHRA DVN
PALERMO (980.064)
CATANIA (980.047)
ATENE
BEYROVTH (979.693)
KSARA (979.429)
HELWAN (979.294)
PORTO SAID (979.455)
AVERRHOES (979.565)
GIBVTI (978.559)
CAPETOWN (979.647)
COLOMBO (978.159)
TOKIO (979.801)
HAN KOW (979.364)
ZI KA WEI (979.439)
HANOI (978.686)
HONG KONG (978.769)
R.S.D.OBS (978.312)
SAIGON
MANILLA (978.360)
SINGAPORE (978.087)
BATAVIA (978.1595)
SIDNEY (979.679)
MELBOURNE (979.988)
TACVBAYA (977.941)
BOGOTA (977.404)
LIMA (979.299)
RIO DE JANEIRO (978.802)
BVENOS AYRES (979.725)

ternazionale principale compensata con l'aggiunta di altre reti o stazioni che risultino in possesso dei requisiti necessari.

2. — *Stazioni di riferimento singole.*

I valori più probabili che competono alle stazioni di riferimento singole in base ai collegamenti finora eseguiti, sono stati calcolati partendo dai valori compensati per la rete fondamentale. Come sopra, ci limitiamo a riportare i risultati nel *Quadro 2*, aggiungendo le seguenti *osservazioni*:

a) Anche qui, come per il caso della rete principale, *i risultati pubblicati si possono accettare per la maggior parte delle stazioni con sufficiente fiducia* (nel senso che si possono ritenere esatti entro un paio di mgal), dato che derivano da parecchi collegamenti attendibili.

b) *Mancano però di collegamenti moderni le stazioni di Stuttgart, Rio de Janeiro e Tokio* (stazione questa molto importante, perché da essa dipendono i valori di ben 121 stazioni ridotte isostaticamente, in una regione fra le più interessanti della Terra (*).

c) *Per le seguenti stazioni sarebbe consigliabile un ulteriore collegamento moderno di controllo*:
Akureyri (Islanda), *Southampton*, *Catania*, *Atene*, *Helwan*, *Capetown*, *Tacubaya*, *Bogotà*, *Lima*, *Buenos Aires* (è in progetto un collegamento con Cambridge, ad opera di BAGLIETTO e BULLARD), *La Plata*.

d) *Almeno un nuovo collegamento moderno è molto raccomandabile per*:

Oslo, dalla quale dipendono i valori delle 45 (importantissime) stazioni norvegesi tutte ridotte isostaticamente da W. HEISKANEN;

Tolone, punto di partenza delle due crociere francesi in sommergibile nel Mediterraneo (1933 e 1936);

Breteuil, caposaldo per la taratura dei gravimetri Holwek-Lejay e probabile sede di una nuova importante misura assoluta (§ 10).

e) *Un collegamento di alta precisione è indispensabile per Dehra Dun*, importantissima stazione di riferimento dato che da essa dipendono ben 456 stazioni, tutte ridotte isostaticamente dal *Survey of India*, ricoprenti un'area molto vasta ed estremamente interessante dal punto di vista geodetico-geofisico e portanti un peso preminente nei lavori d'insieme (per es., nel calcolo del valore per la gravità

(*) Durante la correzione delle bozze apprendiamo per cortesia di *E. C. Bullard*, Cambridge, che un nuovo collegamento Kew-Greenwich è stato effettuato dalla Anglo-Iranian Oil Co. mediante gravimetro, confermando il valore 981,201 per Kew.

equatoriale, da cui dipende la formula internazionale per la gravità normale). Questa stazione possiede bensì 6 collegamenti, di cui 4 moderni, ma i risultati sono talmente discordanti (da 979,056 a 979,079) da rendere indispensabile un nuovo collegamento eseguito con le maggiori cautele, e possibilmente anche un esame critico approfondito dei risultati fin qui ottenuti, per scoprire (ed eliminare) la causa di tanto disaccordo.

I collegamenti per Dehra Dun sono (*Geodetic Report* 1939):

con Kew	:	979,063	1904	Lenox-Conyngham
» Jalpaiguri	:	,066	1905	» »
(collegata con Potsdam dallo Hecker)				
» Genova	:	979,079	1913	Alessio
» Cambridge	:	,072	1927	Glennie
» Genova	:	,069	1929	Spoleto
» Cambridge	»	,056	1939	Browne-Glennie

Un collegamento con Kew di Cowie-Glennie nel 1924/29 non può essere preso in considerazione avendo le osservazioni a Kew nel 1925 rilevato un cambiamento nella lunghezza dei pendoli.

Lo scarto fra le singole misure, e specialmente fra le precedenti e l'ultima, è così notevole (pur essendo esse quasi tutte moderne) da non consentire attualmente alcuna deduzione sul valore più probabile per Dehra Dun. E' veramente da rammaricarsi che per una stazione di riferimento così importante il dubbio sul valore più probabile rimanga nonostante tanti collegamenti, che a priori dovrebbero considerarsi tutti molto attendibili.

3. — *Stazioni di riferimento e collegamenti conosciuti dopo pubblicata la compensazione.*

Il dott. E. C. BULLARD (Cambridge) ci ha cortesemente comunicato il 12 febbraio 1947 i seguenti dati:

Capetown: necessita una correzione al valore da lui osservato (che così diventa 979,650) ed esiste una misura eseguita nello stesso punto da VENING MEINESZ (979,659). Dato il notevole disaccordo fra queste due misure, conviene accettare come provvisorio il valore medio (979,655) in attesa di un nuovo collegamento di precisione con Cambridge previsto per il 1948.

Africa orientale: potrebbe essere assunta come stazione di riferimento

Dar-es-Salaam 6° 49' *S* 39° 19' *E* $h=7m$ $g=978,116$

data l'ottima concordanza fra i 3 collegamenti ad essa relativi (KOHLSCHÜTTER 978,117; BULLARD 978,116; HORSFIELD 978,116).

4. — *Proposte di nuove stazioni di riferimento.*

Vogliamo infine segnalare alcune lacune fra le più importanti nella distribuzione delle stazioni di riferimento, con la speranza che esse vengano presto colmate, e che da esse possano successivamente dipendere buone ed estese reti gravimetriche, al fine di una migliore conoscenza del comportamento della gravità sulla superficie terrestre.

Esse riguardano soprattutto:

la *Penisola balcanica*, dove *Belgrado* e *Sofia* sono prive di collegamenti e *Bucarest* ne possiede solamente due antichi (però in buon accordo fra di loro);

il *Sud America*, dove sarebbe altamente auspicabile l'istituzione di una buona stazione di riferimento almeno ancora nel Cile;

l'*Africa centrale*, dove la stazione potrebbe sorgere per es. nel Congo Belga; ed infine:

l'*Australia*, dove *Sidney* e *Melbourne*, che già possiedono numerosi collegamenti antichi, potrebbero diventare buone stazioni di riferimento con un solo ulteriore collegamento moderno.

Naturalmente solo una discussione in sede internazionale e le proposte delle singole Nazioni interessate potranno meglio precisare le necessità più importanti nei riguardi di nuove stazioni di riferimento e di nuove reti gravimetriche da sviluppare.

§ 8. — CONFRONTO (PARZIALE) CON LE ALTRE COMPENSAZIONI

Chiudiamo questa esposizione dei risultati della compensazione con un confronto fra i valori per le 25 stazioni pubblicati da W. HEISKANEN ([10]) della compensazione di R. A. HIRVONEN e i corrispondenti della nostra compensazione. I nomi in grassetto sono quelli della nostra rete principale; in corsivo quelli della nostra compensazione generalizzata. Abbiamo omesso il confronto per Dehra Dun, che non ha significato per quanto si è detto al n. 2, e), del § precedente. Sono riportati anche i valori del Borrass, e le differenze Morelli-Borrass e Morelli-Hirvonen.

Purtroppo non è possibile estendere questo confronto per i risultati di tutta la compensazione, perchè — come abbiamo detto — non conosciamo gli altri di R. A. HIRVONEN. E anche per quelli riportati non sappiamo in molti casi *se le coordinate coincidono* (per

questo motivo non si è riportato nella tabella *Copenhagen*, per cui HIRVONEN riporta: *Oss.* = *981,561;* e MORELLI: *Ist. Geod.* = *981,558*), e soprattutto *se l'altezza è identica;* perciò questo confronto ha un valore puramente indicativo.

Mentre ci auguriamo di poterlo completare, con più rigore, al più presto, osserviamo però intanto che:

Stazioni	Borrass	Hirvonen	Morelli	M — B (*mgal*)	M — H (*mgal*)
a) **Vienna Oss.**	980,853	980,852	980,853	0	+1
Monaco Oss.	,733	,732	,733	0	+1
Padova Oss.	,658	,656	,656	—2	0
Torino Pal. Mad.	,549	,537	,544	—5	+7
Firenze I. G. M	,510	,502	,502	—8	0
Parigi Oss.	,943	,945	,946	+3	+1
Washington C.B.	,113	,119	,118	+5	—1
Greenwich Oss.	981,188	981,189	981,189	+1	0
Cracovia	,054	,054	,053	—1	—1
Strasburgo Oss.	980,904	980,893	980,899	—5	+6
b) Vienna I.G.M.	980,860	980,860	980,860	0	0
Basilea Bern	,788	,776	,778	—10	+2
Pulkowo Oss.	981,897	981,899	981,900	+3	+1
c) Palermo	980,069	980,064	980,064	—5	0
Pola	,626	,621	,623	—3	+2
Kew	981,201	981,201	981,201	0	0
Karlsruhe	980,967	980,955	980,957	—10	+2
Zurigo	,673	,664	,667	—6	+3
Mosca Oss.	981,564	981,560	981,559	—5	—1
Tiflis	980,176	980,176	980,177	+1	+1
Kasan	981,572	981,559	981,558	—14	—1
Taschkent	980,086	980,079	980,079	—7	0
Tokio	979,801	979,799	979,801	0	+2

a) Per le stazioni della rete principale la coincidenza è ottima (entro 1 mgal) per tutte le stazioni, tranne per *Torino*, dove la differenza di ben 7 mgal è certamente dovuta al fatto che R. A. HIRVONEN non poteva conoscere il collegamento della Soc. Petrolifera Ital. (1941). e ad una differente valutazione dei collegamenti precedenti; e per *Strasburgo*, dove la differenza di 6 mgal è probabilmente dovuta al

fatto che lo Hirvonen ha considerato nel collegamento del 1922/24 le due serie del *cap. Govin*, che differiscono di ben 14 mgal da quelle osservate dall'*Esclangon* e che (perciò) noi abbiamo escluso.

Questi due esempi dimostrano però già chiaramente *la necessità di una discussione del problema su base internazionale*, preferibilmente sotto gli auspici di una Commissione appositamente nominata dall'Assoc. Geodetica Internazionale e possibilmente *prima* della prossima Assemblea Generale di Oslo dell'Unione Geodetica e Geofisica Internazionale.

b) Buona sembra pure la coincidenza con le stazioni della nostra *rete generalizzata*, dove però tre soli confronti sono insufficienti per arrivare a qualche conclusione sicura, e dove lo scarto di 2 mgal per *Basilea Bern.* è probabilmente conseguente ad una diversa attribuzione dei pesi per i collegamenti antichi.

c) Per le stazioni singole (ultimo gruppo della tabella precedente) le differenze non sono superiori a 3 mgal, ma per quelle con scarto maggiore di 1 mgal sarebbe in ogni caso opportuno un confronto caso per caso dei collegamenti dai quali derivano.

In conclusione, *il confronto con i valori del Borrass ha messo ancora una volta in evidenza la necessità della nuova compensazione*, secondo quanto si è detto al § 2; *il confronto (parziale) con i valori di R. A. Hirvonen conduce a conclusioni molto favorevoli sull'attendibilità della nostra compensazione.*

Nessuna argomentazione è ancora possibile addurre sulla maggiore o minore precisione della nostra compensazione rispetto a quella di R. A. HIRVONEN: solo un confronto completo fra i due lavori potrà permettere qualche deduzione in proposito. Sembrerebbe a favore dello Hirvonen il fatto che egli ha incluso nella rete principale solo le stazioni di riferimento con almeno *tre* collegamenti con le altre stazioni della rete; fra questi però figurano anche quelli antichi, ai quali il peso 1 attribuito è pur sempre notevole — per la loro poca attendibilità — rispetto a quelli moderni con peso 5.

Nella nostra compensazione *rigorosa* invece il criterio di ammissione nella rete principale è stato, come si è detto, quello di possedere almeno *due* collegamenti *moderni attendibili*; quasi tutte le stazioni incluse possiedono però *più di due* collegamenti moderni attendibili, e quelle che ne possiedono due soli (*Greenwich*, *Vienna Oss.* e *Monaco*) dispongono però di altri antichi ma di buona attendibilità. Fanno eccezione *Lisbona*, *Torino* e *Brno*, dove però i due collegamenti moderni sono in buon accordo e (ciò è in generale indice di buona

attendibilità) e che del resto (come risulta subito dal Quadro 1) si trovano in una situazione tale da non influenzare eventualmente la stabilità del resto della rete.

§ 9. — COLLABORAZIONE DA RICHIEDERSI ALLE SINGOLE NAZIONI PER UNA RISOLUZIONE DEFINITIVA DEL PROBLEMA (*in preparazione all'Assemblea Generale dell'Unione Geodetica e Geofisica Internazionale — Oslo 1948*).

Come si è visto nei due paragrafi precedenti, l'attendibilità dei risultati forniti dalla presente compensazione sembra sufficiente per poter passare ad una discussione su base internazionale e ad una risoluzione definitiva del problema, senza lasciar prevedere variazioni sensibili, almeno per la rete principale. Però, come abbiamo detto, la compensazione è stata eseguita negli ultimi anni di guerra, quindi in condizioni di quasi completo isolamento. Riteniamo perciò che ora, con la ripresa delle relazioni con quasi tutti i Paesi del mondo, sarebbe opportuno (e abbiamo in animo di farlo tramite la cortesia e l'appoggio dell'*Assoc. Internazionale di Geodesia*) procedere alle seguenti operazioni *prima* della Prossima Assemblea Generale di Oslo:

1. — *Eseguire un accurato confronto fra la nostra compensazione e quella di* R. A. HIRVONEN; ed a tal fine ci rivolgeremo alla cortesia del PROF. HEISKANEN perchè ci invii cortesemente il testo anche in bozze o in copia dattiloscritta.

2. — *Inviare per il tramite dell'Assoc. Internazionale di Geodesia,* con il prezioso appoggio del PROF. TARDI, *una copia della compensazione completa* (1) *e della discussione qui svolta a tutti i Membri dell'Assoc. di Geodesia che possano averne interesse, invitandoli cortesemente alla discussione e collaborazione*, con la preghiera:

a) *di esaminare i dati dei collegamenti considerati*, in particolare di quelli che si riferiscono al proprio Paese, e di comunicare gentilmente eventuali variazioni successive ai valori riportati, nonché ogni altra differenza che potessero riscontrare;

b) di segnalare eventuali collegamenti *non considerati*, in particolare quelli successivi al 1939;

c) di segnalare eventuali *spostamenti subiti successivamente dalle stazioni di riferimento considerate*, variazioni nell'altezza, ecc., con particolare riguardo a quelle del proprio Paese;

d) di segnalare l'istituzione già eventualmente avvenuta di *altre stazioni di riferimento* nelle reti nazionali, con indicazione delle coor-

dinate, della quota e dei relativi collegamenti, nonchè del valore assunto per la gravità in quel punto;

e) di proporre ogni *ampliamento o modifica* alla rete internazionale compensata che ritenessero opportuni;

f) di proporre quei *nuovi collegamenti* fra le stazioni di riferimento che considerassero necessari e di confermare o meno le proposte già da noi presentate, per migliorare la stabilità della rete compensata e l'attendibilità dei valori per le stazioni di riferimento considerate;

g) di proporre *nuove stazioni* di riferimento nazionali, per quei Paesi che ne fossero sprovvisti o per i quali risultasse consigliabile l'istituzione di nuove stazioni;

h) di suggerire infine gentilmente *eventuali altri criteri per la compensazione, per la scelta dei pesi, ecc.*, che ritenessero più opportuni, nonchè ogni altro elemento che possa riuscire utile a migliorare o completare la presente compensazione.

Osiamo sperare che gli illustri Colleghi ai quali tali richieste verranno rivolte comprenderanno benevolmente che esse sono motivate solo dal desiderio di arrivare ad una conclusione concreta di questo problema alla prossima Assemblea Generale, e vorranno quindi *gentilmente* rispondere al Questionario di cui sopra in tempo utile.

Se tali risposte arrivassero per es. entro il maggio 1948, all'Assemblea di Oslo si potrebbe presentare una relazione con una rete compensata in cui figurassero tutti i suggerimenti e le proposte pervenuti, in modo da fornire alla Commissione competente dell'Assoc. Internazionale di Geodesia il materiale già pronto per la discussione e per una decisione positiva.

In caso contrario, il lavoro potrebbe sempre considerarsi non solo come esposizione del problema e dei risultati (più o meno provvisori), ma renderebbe anche evidente la necessità di nuovi collegamenti e sarebbe ad essi incentivo, così da rendere se possibile più sicura e più omogenea una nuova compensazione a non lunga scadenza.

§ 10. — Corollario principale della compensazione: nuovo valore « internazionale » per il caposaldo di riferimento.

Una volta eseguita la compensazione della rete delle stazioni di riferimento, è sorta naturale l'idea di confrontare fra loro i risultati delle principali misure *assolute* di gravità. Poichè queste sono ormai ben 9, oltre a Potsdam, e di esse due sono recentissime e di grande

precisione (*Washington e Teddington*), ne consegue l'opportunità di cambiare il criterio di scelta del caposaldo internazionale, basandolo sul risultato di tutte le misure assolute, con pesi preminenti per le moderne (secondo quanto accennato alla fine del § 2), anzichè su quello di una sola e per di più col risultato solo apparentemente molto preciso (*Potsdam*).

Difatti, mentre i risultati di Washington e Teddington sono in ottimo accordo fra di loro, quello di Potsdam ne differisce sensibilmente, e questo scarto sembra dovuto, secondo una rielaborazione dei dati di Potsdam effettuata recentemente da H. L. DRYDEN ([13]), soprattutto all'applicazione da parte di KÜHNEN E FURTWÄNGLER nella riduzione delle misure di un procedimento non giustificato sperimentalmente per correggere certi errori sistematici.

Anche in *Russia* è stata ripresa nel 1934 a *Leningrado* una misura assoluta con pendoli lunghi, ma i risultati non ci sono noti. Ed a *Breteuil* all'Ufficio Internazionale Pesi e Misure CH. VOLET sta studiando l'esecuzione di una nuova misura assoluta con criterio completamente diverso, e precisamente col metodo della caduta libera dei gravi ([14]).

Il *sistema internazionale* da noi proposto potrà essere così ulteriormente rafforzato nell'attendibilità della correzione definitiva rispetto all'attuale sistema di Potsdam, specie se un nuovo collegamento di grande precisione verrà eseguito fra *Washington, Teddington, Parigi, Potsdam* e *Leningrado*, in modo da poter offrire alla competente Commissione dell'Unione Geodetica e Geofisica Internazionale gli elementi per deciderne l'accettazione e per giustificare maggiormente la convenzione per il nuovo valore per il caposaldo (o meglio, per i capisaldi internazionali, perchè con un'unica convenzione converrà fissare il valore definitivo delle principali sedi di misure assolute).

Un tale sistema internazionale offrirebbe garanzie molto maggiori di quello in uso, e le conseguenze riguarderebbero bensì il cambiamento di tutti i valori fin qui osservati e ridotti, ma *le anomalie resterebbero inalterate*.

Confidiamo perciò che la prossima Assemblea Generale dell'Unione Geodetica e Geofisica Internazionale possa discutere anche questo problema, ed approvarne i criteri per una soluzione definitiva.

Istituto Nazionale di Geofisica — Osservatorio di Trieste — 1947.

RIASSUNTO

Si sottopongono ad esame critico i metodi d'impostazione della nuova rete internazionale di riferimento e della compensazione ad essa relativa, di cui vengono pure esposti e discussi i risultati principali. Vengono accennate le necessità di nuovi collegamenti e di nuove stazioni di riferimento. Alcune proposte vengono avanzate per la risoluzione definitiva del problema mediante la collaborazione di tutte le Nazioni interessate. Viene infine segnalata l'opportunità di sostituire l'attuale sistema di Postdam *con un nuovo* sistema internazionale.

BIBLIOGRAFIA

(1) C. Morelli: *Compensazione della rete internazionale delle stazioni di riferimento per le misure di gravità relativa* (Boll. Soc. Adriatica di Scienze nat., Vol. XLI, Trieste 1945; Pubbl. n. 1, Serie B, delle Fac. d'Ingegn. e Scienze dell'Università di Trieste, 1946).

(2) F. R. Helmert: *Berichte...* (Verhandlungen der vom 25. Sept. bis 6. Okt, in Paris abgehalteten XIII. allgem. Konferenz der Internationalen Erdmessung, II. Teil, pp. 139-385).

(3) F. R. Helmert: *Der Normale Teil der Schwerkraft in Meeresniveau* (Sitzb. d. k. Preuss. Ak. d. Wiss. Berlin, 14 März 1901, pg. 328).

(4) E. Borrass: *Bericht über die relativen Messungen der Schwerkraft mit Pendelapparaten in der Zeit von 1808 bis 1909 und über ihre Darstellung im Potsdamer Schweresystem* (C. R. XVI Conf. Gen. Ass. Géod. Intern., Londra 1909).

(5) C. Morelli: *La rete geofisica e geodetica in Italia nel suo stato attuale e nei suoi rapporti con la struttura geologica superficiale e profonda.* Sezione 2ª: *Rete gravimetrica* (Tecnica Italiana, Trieste, I, n. 3, dicembre 1946).

(6) C. Morelli: *Per un sistema di riferimento « internazionale » delle misure di gravità. Nota Preliminare* (Geofisica pura ed appl., VIII, 3/4, Milano 1946).

(7) C. Morelli: *Nuovo contributo a favore di un sistema di riferimento « internazionale » per le misure di gravità relativa* (Ricerca Scientifica e Ricostruzione, XVI, 5-6, Roma 1946).

(8) C. Morelli: *Su una correzione per i valori della gravità* (Rend. Acc. Naz. Lincei, Roma, s. VIII, v. II, f. 6, giugno 1947).

(9) C. Morelli: *Nuovi elementi a sostegno di una correzione per i valori della gravità* (Ann. di Geofisica, Roma, I, 1, 1948).

(10) W. Heiskanen: *On the Figure and Structure of the Earth* (Pubbl. Isostatic. Inst. n. 8, Helsinki 1941).

(11) E. Soler: *Progetto pel rilegamento delle stazioni gravimetriche di riferimento nazionali* (Rapp. presentato al Congresso internazionale di Stoccolma 1930 dalla Delegazione italiana).

(12) S. Hammer: *Gravimeter Ties between Gravity Base Stations in Washington, D. C.* (Trans. 1947 Am. Geoph. Union, vol. 28, n. 2).

(13) H. L. Dryden: *A reexamination of the Potsdam Absolute Determination of Gravity* (Jour. Research, Nat. Bur. of Standards, vol. 29, n. 5, 1942, pg. 303-314).

(14) Ch. Volet: *Sur la mesure absolue de la gravité* (C. R. Ac. Sc. Paris, 222, pp. 373-375, 11 fevr. 1946).

SESSE DEL LAGO DI LUGANO

Liliana Marcelli

In questo lavoro si determinano le sesse del Lago di Lugano (Ceresio), con due metodi diversi: il metodo di Defant e il metodo di Hidaka, e si confrontano indi i risultati ottenuti.

La conferma sperimentale di tali risultati verrà fatta in un secondo tempo: qui è riportata soltanto la trattazione teorica.

Senza esporre dettagliatamente la teoria riguardante i metodi usati per la quale rimandiamo all'analogo lavoro di P. Caloi sul lago di Garda ([1]), ci limitiamo ad accennare succintamente le indicazioni essenziali, necessarie alla comprensione dei metodi usati.

Notizie geografiche e geologiche del Lago di Lugano.

Secondo Manfredo Vanni ([2]), la posizione geografica del lago di Lugano è: 45° 54' - 46° 2' di latitudine N, e 8° 52' - 9° 7' longitudine E. Esso è uno dei grandi laghi della regione subalpina del versante italiano, che si estende in gran parte in territorio svizzero (Canton Ticino). All'Italia appartengono: la riva occidentale tra Porto Ceresio e Ponte Tresa, il bacino di NE, detto Ramo di Porlezza, e il piccolo territorio isolato di Campione d'Italia.

L'altitudine media delle acque è di 270 m sul livello del mare: la profondità massima, fra Gandria e Punta S. Margherita è di m 288; la profondità media si calcola di m 130; la superficie è di km^2 48,90, di cui km^2 30.86 appartenenti alla Svizzera e km^2 18,04 all'Italia: il volume delle acque è di km^3 6,56. La larghezza media si calcola di km 1.050: la massima, tra Lugano e Caprino, raggiunge i 3 km.

Il bacino imbrifero è di km^2 614.51. Le oscillazioni di livello (tra la massima magra e la massima piena) raggiungono m 3,18. Memorabile come una delle più ampie oscillazioni quella del 1896: in aprile una magra di 0.04 e in novembre una massima piena di +2,99. La temperatura media delle acque in superficie è di 14°,5 (da un minimo di 5°,8 ad un massimo di 23°,2).

La forma del Lago di Lugano è molto complessa: vi si distin-

guono: un ramo orientale, da Porlezza alla Punta di Poiana, la quale lo divide in due rami minori, uno protendentesi fino a Capolago, l'altro fino a Porto Ceresio; un ramo occidentale, corrispondente alla continuazione della Valle del Vedeggio, diretto da N a S e formante, a sua volta, una piccola diramazione che, dopo essersi ristretta a Lavena, si apre nel bacino di Ponte Tresa dal quale bacino, per mezzo del fiume Tresa, le acque del Lago di Lugano si scaricano in



quelle del Verbano. Pochi sono gli affluenti del Lago di Lugano e non provenienti da ghiacciai, talché le piene di questo bacino dipendono dalle pioggie primaverili e autunnali, irregolari ma fortissime, mentre mancano le piene estive.

Dal punto di vista idrologico (livello, regime, forma del fondo) il lago viene distinto dal *ponte-diga di Melide* e dalla stretta di Lavena, nei seguenti bacini contenitori: il bacino di Lugano (profondità m 288, superficie km² 27,47); il bacino di Morcote (profondità m 85, superficie km² 20,32); il bacino di Ponte Tresa (profondità m 50, superficie km² 1,11).

Il fondo del lago nel suo complesso, si presenta variamente costituito: il tratto Porlezza-Lugano è una grande valle a fondo piatto, scavata nei calcari e nelle dolomie, per la quale si incanalò un ramo del ghiacciaio abduano: una vasca a due rami divergenti si presenta


LUGANO
Gandria
Albogasio
Porlezza
Campione
Melide
Bissone
D = Defant . H = Hidaka
Uninodo
Binodo
Trinodo
LAGO DI LUGANO
1 0.5 0 1 2 3 Km

Fig. 1

subito sotto il ponte-diga scavata nei porfidi rossi e bruni, molto meno profonda, lungo cui si incanalò un ramo del ghiacciaio del Ticino; una terza valle accidentata, da Figino ad Agno, scavata in gran parte nei porfidi, per la quale pure si incanalò un ramo del ghiacciaio del Ticino, e il laghetto di Ponte Tresa per il quale pure defluì un altro ramo del detto ghiacciaio del Ticino.

L'origine del lago di Lugano è ancora controversa; ma indiscutibilmente il principale fattore morfologico dovette essere costituito dalla potente azione escavatrice dei ghiacciai.

Nel presente lavoro si studiano le sesse del lago di Lugano limitatamente alla porzione che va da Porlezza al ponte-diga di Melide (v. fig. 1), porzione che presenta una maggiore regolarità ed i cui movimenti possono ritenersi indipendenti da quelli della restante parte, a causa del ponte-diga che taglia il lago in due.

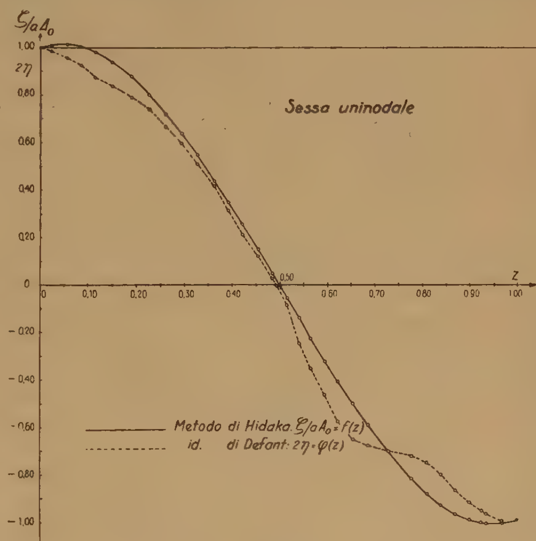


Fig. 2

L'area di tale porzione risulta essere di m^2 27·092·415.

Sesse uni-bi e trinodali con il metodo di Defant.

(I dati numerici usati sono stati rilevati da una carta geografica dell'Istituto Geografico Militare presa dall'Atlante dei Laghi Italiani del De Agostini con scala 1:50.000).

La formula di Merian

$$T = \frac{2\,l}{\sqrt{g\,h_0}} \qquad [1]$$

dà in prima approssimazione il periodo della sessa uninodale: nella [1] l rappresenta la lunghezza del lago calcolata lungo la *linea di valle* (la linea cioè congiungente i punti di massima profondità):

per noi l = m 17205 (computata da Porlezza alla diga), h_0 indica la profondità media del lago (h_0 = m 174,8). Preso per g il valore 9,81 m/sec^2 la [1] dà per T il valore

$$T = 13^m,85$$

E' stato indi praticato un certo numero i di sezioni verticali (precisamente 31) normali alla linea di valle e di queste si sono determinate le larghezze $b(x)$ alla superficie del lago e le aree $S(x)$ (mediante un planimetro); si son calcolate inoltre le aree parziali $V(x)$ del lago comprese in superficie tra ogni sezione e la successiva e si è applicata poi la seconda delle 2 seguenti formule di Defant.

$$\begin{cases} 2\ \Delta\eta_i = \dfrac{4\pi^2}{gT^2}\, 2\,\xi_i\, \Delta x \\ 2\ \xi_i = -\dfrac{1}{S(x)} \displaystyle\int_0^x 2\eta_i\, b(x)\, dx \end{cases} \qquad (i = 0,1,\ldots 31) \qquad [2]$$

Nelle [2] il significato dei simboli, oltre quelli già visti, è il seguente: $2\eta_i$ rappresenta l'ampiezza del moto in senso verticale, e ad esso si attribuisce inizialmente un valore arbitrario, p. es. $2\,\eta_0 = 100$; $2\,\xi_i$ rappresenta lo spostamento orizzontale, uguale per tutte le particelle di una stessa sezione verticale $S(x)$. [x è, ovviamente, l'ascissa computata lungo la linea di valle]. Δx è l'intervallo fra una sezione e la successiva: nel nostro caso il valore di Δx è quasi costantemente di 600 m ad eccezione delle sezioni 22, 23, 24, 25 le quali, capitando in uno slargamento del bacino (in corrispon-

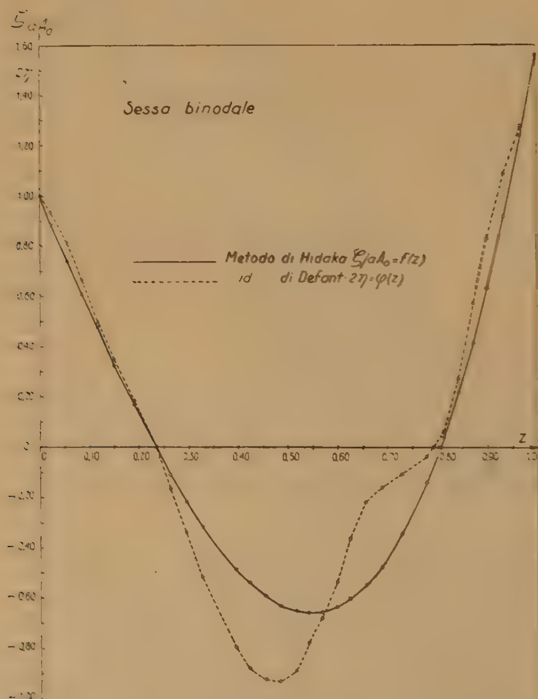


Fig. 3

denza del golfo di Lugano), sono state fatte più ravvicinate ($\Delta x = 300$m).

La Tabella I porta tutti i valori numerici di queste grandezze: x, $S(x)$, $b(x)$, $V(x)$, Δx e altri valori che occorreranno in seguito.

Se le sezioni trasversali sono abbastanza numerose, si può supporre che dall'estremità del lago (presa in corrispondenza di Porlezza, per cui $x=o$) fino alla prima sezione trasversale, l'entità dello spostamento verticale resti immutata: in tale ipotesi si può subito calcolare il valore della grandezza q.

Tabella I

Sezioni	x_i m.	$S(x_i)$ 10^4 m^2	$b(x_i)$ m	Δx_i m	$V(x_i)$ 10^5 m^2	$\sigma(V)= =b(x)S(x)$ 10^6 m^3	$V_n(x)$ *Area del lago compresa tra l'origine ed ogni sezione* 10^5 m^2	$Z=\frac{V_n(x)}{a}$ *a = area totale del lago*
0	0	0	0	0	0	—	0	0
1	580	14,7250	1370	580	6,66665	201,73250	6,66665	0,02461
2	1155	18,6167	1440	575	8,50000	268,08048	15,16665	0,05598
3	1730	21,3750	1400	575	8,03250	299,25000	23,19915	0,08563
4	2330	24,5062	1525	600	8,25000	373,72031	31,44915	0,11608
5	2930	33,2075	1695	600	9,41500	562,86712	40,86415	0,15083
6	3530	33,5750	1675	600	10,87500	562,38125	51,73915	0,19097
7	4105	35,0250	1675	575	10,00000	586,66875	61,73915	0,22788
8	4705	30,2542	1500	600	9,50000	453,81375	71,23915	0,26295
9	5305	32,5793	1525	600	8,75000	496,83356	79,98915	0,29525
10	5905	28,8700	1450	600	8,75000	418,61500	88,73915	0,32754
11	6530	31,6917	1485	625	10,00000	470,62249	98,73915	0,36445
12	7130	26,6375	1250	600	7,75000	332,96875	106,48915	0,39306
13	7730	29,5500	1400	600	7,66500	413,70000	114,15415	0,42135
14	8330	31,7750	1500	600	8,75000	476,62500	122.90415	0,45365
15	8930	33,0200	1525	600	8,25000	503,55500	131,15415	0,48410
16	9530	26,4375	1315	600	8,75000	347,65312	139,90415	0,51640
17	10130	17,9668	1000	600	6,62500	179,66750	146,52915	0,54085
18	10705	26,8575	1315	575	7,08250	353,17613	153,61165	0,56699
19	11305	25,4750	1300	600	7,87500	331,17500	161,48665	0,59606
20	11905	24,6075	1275	600	7,33250	313,74563	168,81915	0,62312
21	12505	32,2917	1695	600	8,50000	547,34516	177,31915	0,65450
22	12805	45,3125	2400	300	8,50000	1087,50000	185,81915	0,68587
23	13105	49,7300	2850	300	11,50000	1417,30500	197,31915	0,72832
24	13405	41,2438	2650	300	13,25000	1092,95938	210,56915	0,77723
25	13705	27,2575	1550	300	9,41750	422,49125	219,98665	0,81199
26	14205	21,9625	1390	500	7,81250	305,27875	227,79915	0,84082
27	14805	17,1825	1280	600	8,25000	219,93600	236,04915	0,87127
28	15405	17,1125	1500	600	8,00000	256,68750	244,04915	0,90080
29	15980	11,9562	1500	575	9,12500	179,34375	253,17415	0,93448
30	16580	8,6583	1450	600	9,37500	125,54462	262,54915	0,96909
31	17205	0	0	625	8,37500	—	270,92415	1,00000

TABELLA II

$\alpha = 5,70337 \cdot 10^{-8}$ $T = 14^m$ Periodo della sessa uninodale

Sezioni	Δq_i 10^{10} cm.^{3}	q_i 10^{10} cm.^{3}	$2\xi_i$ 10^2 cm.	$\alpha(\Delta x)_i$ 10^{-4} cm.	$2\Delta\eta_i$ cm.	$2\eta_i$ cm.
0	—	—	—	0	—	100,00
1	0	66.6665	— 4.527	33.07953	— 1,4976	98,50
2	83,7270	150,3935	— 8,078	32,79437	— 2,6493	95,85
3	76,9921	227,3856	—10.638	32,79437	— 3,4887	92.36
4	76,1981	303,5837	—12.388	34,22021	— 4,2392	88,12
5	82.9657	386.5494	—11,640	34,22021	— 3,9834	84,14
6	91.4986	478,0480	—14.238	34.22021	— 4.8723	79,27
7	79,2677	557,3157	—15,912	32,79437	— 5,2182	74,05
8	70,3492	627,6649	—20.746	34,22021	— 7,0994	66,95
9	58,5817	686,2466	—21,064	34,22021	— 7,2081	59,74
10	52.2741	738,5207	—25,581	34,22021	— 8.7539	50,99
11	50,9861	789.5068	—24.912	35,64605	— 8.8801	42,11
12	32,6320	822,1388	—30,864	34,22021	—10,5617	31,54
13	24,1787	846,3175	—28,640	34.22021	— 9,8007	21,74
14	19,0254	865,3429	—27,233	34.22021	— 9,3193	12,42
15	10,2495	875,5924	—26,517	34.22021	— 9,0742	3,35
16	2,9311	878,5235	—33.230	34.22021	—11.3714	— 8,02
17	— 5,3142	873,2093	—48,601	34,22021	—16,6315	—24,65
18	—17,4594	855,7499	—31,863	32,79437	—10,4491	—35,10
19	—27,6406	828,1093	—32,507	34,22021	—11,1239	—46,22
20	—33,8937	794,2156	—32,275	34,22021	—11,0447	—57,27
21	—48,6784	745,5372	—23.087	34.22021	— 7,9006	—65,17
22	—55,3950	690,1422	—15,231	17,11010	— 2.6060	—67,78
23	—77,9424	612,1998	—12,310	17,11010	— 2.1063	—69,88
24	—92.5941	519,6057	—12,598	17.11010	— 2,1556	—72,04
25	—67,8395	451,7662	—16.574	17,11010	— 2.8358	—74,87
26	—58,4936	393,2726	—17,907	28,51684	— 5,1064	—79,98
27	—65,9805	327,2921	—19,048	34,22021	— 6,5183	—86,49
28	—69,1954	258,0967	—15,082	34,22021	— 5,1612	—91,65
29	—83,6354	174,4613	—14,592	32,79437	— 4,7852	—96,44
30	—90.4127	84,0486	— 9,707	34,22021	— 3,3219	—99,76
31	—83.5506	0.4980	—	35.64605	—	—

$$q = \int_0^{x_1} 2\,\eta_0\, b(x_1)\, dx = 2\eta_0\, V(x_1)$$

giacché tutto ciò che compare in questa formula è noto: q rappresenta la quantità d'acqua (in cm^3) che passando attraverso la sezione $S(x_1)$, provoca nella prima suddivisione del lago lo spostamento verticale assegnato di $2\eta_0$ cm. Si determina successivamente lo spostamento orizzontale $2\,\xi_1$ in base alla seconda delle [2], dividendo il valore trovato di q, per $S(x_1)$ e cambiando segno al quoziente:

$$2\,\xi_1 = -\frac{q}{S(x_1)}$$

e quindi ancora con la prima delle [2], si calcola $2\,\Delta\eta_1$, che dà la variazione dell'ampiezza verticale dall'estremità del lago ($x=o$) alla prima sezione.

Si procede poi di sezione in sezione calcolando i volumi d'acqua q_i, transitanti attraverso le varie sezioni, e quindi gli spostamenti verticali $2\,\eta_i$ da esse determinati nelle singole suddivisioni del lago.

Corrispondentemente all'ultima sezione la cui area è nulla [$S(l)=o$], anche q dovrà annullarsi.

Questo avverrebbe se il periodo calcolato con la formula di Merian ed usato nella prima delle [2] fosse esatto. Poiché questo praticamente è impossibile, si otterrà per q un valore diverso da zero. In questo caso il valore di T va opportunamente corretto, e precisamente: se si trova per q un valore positivo, il periodo va diminuito, se si trova invece un valore negativo, esso va aumentato. Si giungerà così, per successivi tentativi a quel valore di T che darà per l'ultimo q un valore nullo o, per lo meno, vicinissimo allo zero.

In modo del tutto analogo si procede per determinare il periodo della sessa binodale e della trinodale: va solo osservato che nel caso della binodale, per l'ultimo valore di q che si trovi positivo, il periodo va aumentato; se si trova invece negativo esso va diminuito.

Nel nostro caso, il periodo calcolato con la formula di Merian per la sessa uninodale, si è dovuto alzare un poco, avendo dato per q un valore negativo.

La tabella II riporta i calcoli relativi alla sessa uninodale. Per il calcolo pratico va notato che

$$\Delta q_i = 2\eta_{i-1} V_i \;;\; q_i = q_{i-1} + \Delta q_i \;;\; 2\xi_i = -\frac{q_i}{S_i} \;;$$

$$2\Delta\eta_i = \alpha \cdot (\Delta x)_i\, 2\xi_i \;;\; 2\eta_i = 2\eta_{i-1} + 2\Delta\eta_i \,.$$

Si vede da questa tabella che il periodo è stato portato dal valore (calcolato con la formula di Merian)

$$T = 13^m{,}85$$

al valore (calcolato con il metodo di Defant)

$$T_1 = 14^m{,}00$$

La poca differenza tra i due valori (appena 15/100 di minuto), fa prevedere fin da ora l'eccezionale regolarità del lago, regolarità che troverà conferma nello sviluppo dello studio.

TABELLA III

$\alpha = 2{,}60029 . 10^{-7}$ $T = 6^m{,}56$ Periodo della sessa binodale

Sezioni	Δq_i 10^{10} cm.^{3}	q_i 10^{10} cm.^{3}	$2\xi_i$ 10^2 cm.	$\alpha(\Delta x)_i$ 10^{-4} cm.	$2\Delta\eta_i$ cm.	$2\eta_i$ cm.
0	—	—	—	0	—	100,00
1	0	66,6665	— 4,527	15,08166	— 6,8281	93,17
2	79,1961	145,8626	— 7,835	14,95165	—11,7147	81,45
3	65,4290	211,2916	— 9,885	»	—14,7797	66,67
4	55,0071	266,2987	—10,867	15,60172	—16,9537	49,72
5	46,8126	313,1113	— 9,429	»	—14,7110	35,01
6	38,0722	351,1835	—10,460	»	—16,3189	18,69
7	18,6911	369,8746	—10,560	14,95165	—15,7894	2,90
8	2,7556	372,6302	—12,317	15,60172	—19,2160	—16,32
9	—14,2765	358,3537	—10,999	»	—17,1610	—33,48
10	—29,2959	329,0578	—11,398	»	—17,7827	—51,26
11	—51,2627	277,7951	— 8,765	16,25179	—14,2456	—65,51
12	—50,7668	227,0283	— 8,523	15,60172	—13,2972	—78,80
13	—60,4026	166,6257	— 5,639	»	— 8,7974	—87,60
14	—76,6478	89,9779	— 2,832	»	— 4,4180	—92,02
15	—75,9148	14,0631	— 0,426	»	— 0,6645	—92,68
16	—81,0989	— 67,0358	2,536	»	3,9560	—88,73
17	—58,7823	—125,8181	7,003	»	10,9256	—77,80
18	—55,1035	—180,9216	6,736	14,95165	10,0720	—67,73
19	—53,3558	—234,2575	9,196	15,60172	14,3467	—53,38
20	—39,1418	—273,3993	11,110	»	17,3341	—36,05
21	—30,6390	—304,0383	9,415	»	14,6896	—21,36
22	—18,1530	—322,1913	7,110	7,80086	5,5467	—15,81
23	—18,1806	—340,3719	6,844	»	5,3392	—10,47
24	—13,8738	—354,2457	8,589	»	6,7002	— 3,77
25	— 3,5502	—357,7959	13,126	»	10,2398	6,47
26	5,0545	—352,7414	16,061	13,00143	20,8817	27,35
27	22,5652	—330,1762	19,216	15,60172	29,9800	57,33
28	45,8640	—284,3122	16,614	»	25,9212	83,25
29	75,9667	—208,3455	17,426	14,95165	26,0542	109,30
30	102,4727	—105,8728	12,228	15,60172	19,0777	128,38
31	107,5197	1,6469	—	16,25179	—	—

Nella Tabella III e nella Tabella IV sono riportati i calcoli relativi alla sessa binodale e trinodale rispettimente: risulta

$$T_2 = 6^m{,}56 \quad \text{per la binodale}$$
$$T_3 = 5^m{,}04 \quad \text{» » trinodale}$$

Il valore di α che compare in tali tabelle ha il valore $\alpha = \dfrac{4\pi^2}{gT^2}$ ed è quindi funzione del periodo della sessa: sarà pertanto

$$\alpha_1 = 5{,}70337 . 10^{-8} \quad \text{per la uninodale}$$
$$\alpha_2 = 2{,}60029 . 10^{-7} \quad \text{per la binodale}$$
$$\alpha_3 = 4{,}41241 . 10^{-7} \quad \text{per la trinodale}$$

TABELLA IV

$\alpha = 4{,}41241 \cdot 10^{-7}$ $T = 5^m{,}04$ Periodo della sessa trinodale

Sezioni	Δq_i 10^{10} cm.^{3}	q_i 10^{10} cm.^{3}	$2\xi_i$ 10^2 cm.	$\alpha(\Delta x)_i$ 10^{-4}cm.	$2\Delta\eta_i$ cm.	$2\eta_i$ cm.
0	—	—	—	—	—	100,00
1	0	66,6665	— 4.527	25,59199	—11,5866	88,41
2	75,1514	141,8179	— 7,618	25,37137	—19,3274	69,09
3	55,4934	197,3113	— 9,231	»	—23,4202	45,67
4	37,6744	234,9857	— 9,589	26,47447	—25,3859	20,28
5	19,0937	254,0794	— 7,651	»	—20,2563	0,02
6	0,0257	254,1051	— 7,568	»	—20,0366	— 20,01
7	— 20,0129	234,0922	— 6,683	25,37137	—16,9571	— 36,97
8	— 35,1215	198,9707	— 6,577	26,47447	—17,4113	— 54,38
9	— 47,5836	151,3871	— 4,647	»	—12,3020	— 66,68
10	— 58,3478	93,0393	— 3,223	»	— 8,5319	— 75,22
11	— 75,2151	17,8242	— 0,562	27,57758	— 1,5510	— 76,77
12	— 59,4937	— 41,6695	1,564	26,47447	4,1415	— 72,62
13	— 55,6668	— 97,3363	3,294	»	8,7206	— 63,90
14	— 55,9161	—153,2524	4,823	»	12,7688	— 51,14
15	— 42,1866	—195,4390	5,919	»	15,6697	— 35,47
16	— 31,0324	—226,4714	8,566	»	22,6788	— 12,79
17	— 8,4713	—234,9427	13,076	»	34,6194	21,83
18	15,4629	—219,4797	8,172	25,37137	20,7335	42,57
19	33,5208	—185,9589	7,300	26,47447	19,3255	61,89
20	45,3820	—140,5769	5,713	»	15,1242	77,02
21	65,4635	— 75,1134	2,326	»	6,1582	83,17
22	70,6979	— 4,4155	0,097	13,23724	0,1290	83,30
23	95,7984	91,3829	— 1,838	»	— 2,4325	80,87
24	107,1535	198,5364	— 4,814	»	— 6,3721	74,50
25	70,1590	268,6954	— 9,858	»	—13,0488	61,45
26	48,0076	316,7030	—14,420	22,06206	—31,8139	29,64
27	24,4495	341,1525	—19,855	26,47447	—52,5641	— 22,93
28	— 18,3427	322,8098	—18,864	»	—49,9414	— 72,87
29	— 66,4936	256,3162	— 21,438	25,37137	—54,3907	—127,26
30	—119,3067	137,0095	— 15,824	26,47447	—41,8936	—169,15
31	—141,6665	— 4,657	—	27,57758	—	—

I diagrammi tratteggiati delle figure 2-3-4 danno l'andamento delle ampiezze degli spostamenti verticali, secondo quanto risulta dai calcoli eseguiti adottando il metodo di Defant. In ordinate sono riportati i valori delle ultime colonne delle 3 tabelle ($2\,\eta_i$) e in ascisse i valori di $z_i = \dfrac{V(x_i)}{a}$ (a=area totale del bacino=m^2 27.092.415) relativi alle singole sezioni.

Come risulta dalle tabelle, e da semplici calcoli di interpolazione i nodi hanno le seguenti posizioni:

Uninodo:	distanza	da	Porlezza	m	9106,78	alla	sez.	15,48
I° Binodo:	»	»	»	»	4195,54	»	»	7,15
II° Binodo:	»	»	»	»	13515,40	»	»	24,37
I° Trinodo:	»	»	»	»	2930,71	»	»	5,00
II° Trinodo:	»	»	»	»	9751,61	»	»	16,37
III° Trinodo:	»	»	»	»	14543,28	»	»	26,56

Sesse uni-bi e trinodali con il metodo di Hidaka.

Volendo trattare lo stesso problema con il metodo di Hidaka, dobbiamo rifarci un momento ad alcuni richiami teorici, in parte già noti (1).

Si sa che lo studio delle sesse si può ricondurre alla soluzione delle due seguenti equazioni, le quali si deducono dalla ipotesi che il bacino in esame sia un canale finito di profondità lentamente variabile:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} &= -g\frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \zeta &= -\frac{1}{b(x)}\frac{\partial}{\partial x}[S(x)\,\xi] \end{aligned}\right. \qquad [3]$$

dove qui indichiamo con ξ e ζ gli spostamenti rispettivamente orizzontale e verticale di una particella d'acqua appartenente ad una determinata sezione verticale $S(x)$: x e $b(x)$, hanno lo stesso significato già visto nel metodo di Defant.

Con opportune sostituzioni, il Chrystal trasforma le due equazioni nelle due seguenti

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= g\,\sigma(V)\frac{\partial^2 u}{\partial V^2} \\ \zeta &= -\frac{\partial u}{\partial V} \end{aligned}\right. \qquad [4]$$

dove u vale

$$u = \xi \cdot S(x)$$

e rappresenta il volume dell'acqua che transita attraverso la sezione retta $S(x)$ in corrispondenza dello spostamento ξ. La II delle [4] mostra in che maniera u sia legata all'ampiezza ζ della sessa. I valori di $V_n(x)$ (area superficiale compresa tra l'origine delle ascisse e una generica sezione n) variano entro i limiti 0 (all'origine del lago) ed a (area totale del bacino).

Vale cioè per $V(x)$ l'espressione

$$V(x) = \int_0^{x_i} b(x)\, dx \qquad (i=1,2...31) \qquad [5]$$

$$\text{con} \quad 0 \leq V(x) \leq a$$

$\sigma(V)$ rappresenta il prodotto dell'area di una generica sezione retta $S(x)$ per la sua corrispondente larghezza in superficie $b(x)$

$$\sigma(V) = S(x)\, b(x)$$

Questa funzione ovviamente si annulla alle due estremità del lago

$$\sigma(0) = \sigma(a) = 0$$

Se u si esprime mediante uno sviluppo in serie di funzioni sinusoidali

$$u = \sum_1^\infty u_i \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T_i}(t - t_i)$$

l'equazione di Chrystal diviene

$$\sigma(V) \frac{d^2u}{dV^2} + \frac{4\pi^2}{gT^2} u = 0 \qquad [6]$$

soggetta alle condizioni ai limiti

$$u(0) = u(a) = 0 \quad [7]$$

La curva che rappresenta la relazione tra $\sigma(V)$ e V vien chiamata da Chrystal *curva normale*. Essa è importante per il fatto che semplifica la soluzione della [6] qualora sia di forma semplice o suddivisibile in tratti di curve semplici. Questo caso, trattato frequentemente da Chrystal, permetterebbe di ricondurre lo studio delle sesse di un bacino di forma qualsiasi a quello delle sesse di un

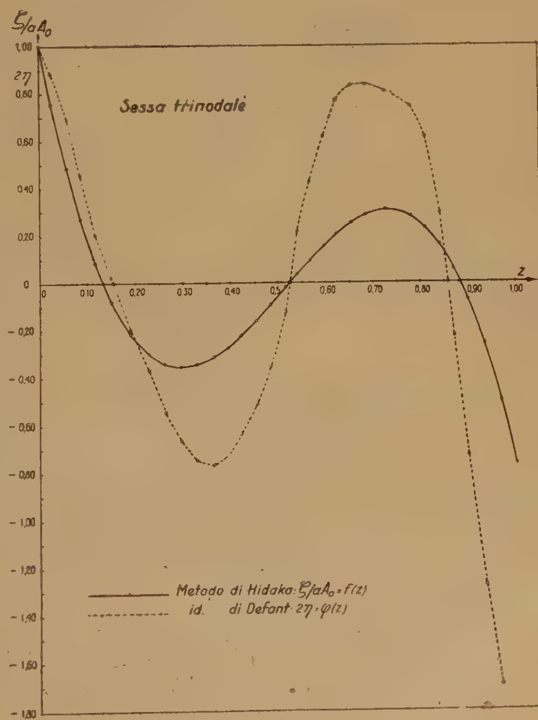


Fig. 4

canale rettangolare a profondità lentamente variabile.

Nel nostro caso, per quanto la regolarità del fondo di quella parte del lago di Lugano che abbiamo studiato, sia piuttosto eccezionale, purtuttavia la curva normale è ben lungi dall'essere rappresentativa di una funzione analitica semplice (come si vede dalla fig. 5 costruita con i valori presi dalla Tabella I).

Si è pertanto seguito anche qui il metodo di Hidaka, basato sul calcolo delle variazioni di Ritz.

Anzitutto l'equazione di Chrystal può essere ulteriormente modificata ponendo $z = \frac{V}{a}$ ed esprimendo σ in funzione di z con la posizione

$$\sigma(z) = h\,\gamma(z)$$

dove h è una costante che ha le dimensioni di un volume, mentre $\gamma(z)$ è una funzione di dimensioni nulle. Con queste posizioni le [6] e [7] divengono rispettivamente

$$\frac{d^2u}{dz^2} + \frac{\lambda}{\gamma(z)}\,u = 0 \qquad \text{con} \qquad \lambda = \frac{4\pi^2 a^2}{ghT^2} \qquad [6']$$

$$u(0) = u(1) = 0 \qquad [7']$$

La [6'] con le condizioni imposte si risolve solo per determinati valori di λ.

Risolverla significa trovare il valore di minimo dell'integrale

$$I(u) = \int_0^1 \left\{ \left(\frac{du}{dz}\right)^2 - \frac{\lambda}{\gamma(z)}\,u^2 \right\} dz \qquad [8]$$

A tal fine supponiamo di avere m+1 funzioni

$$\Psi(z) \quad , \quad \Psi_1(z) \quad , \quad \Psi_2(z) \ldots\ldots \Psi_m(z)$$

soddisfacenti le stesse condizioni ai limiti di u, e cioè

$$\Psi_i(0) = 0 \quad , \quad \Psi_i(1) = 0 \qquad (i = 0,1,2 \ldots m)$$

e supponiamo che u sia esprimibile mediante la serie finita

$$u = \sum_0^m{}_i \, A_i \, \Psi_i(z) \qquad [9]$$

Le A_i rappresentano m+1 costanti che vanno determinate in modo da rendere minimo l'integrale [8], in modo cioè che valgano le (m+1) equazioni

$$\frac{\partial I}{\partial A_0}=0 \quad , \quad \frac{\partial I}{\partial A_1}=0 \quad , \quad \frac{\partial I}{\partial A_2}=0 \quad ;\ldots \quad \frac{\partial I}{\partial A_m}=0 \qquad [10]$$

I valori espliciti delle $\Psi_i(z)$ sono dati da Hidaka nella forma

$$\Psi_i(z) = z(1-z)z^i \qquad [11]$$

con che le condizioni ai limiti sono soddisfatte e la [9] diventa

$$u=\sum_0^m{}_i \; z(1-z)z^i \; A_i \qquad [12]$$

Derivando questa espressione rispetto a z e sostituendola insieme con u nella [8] si può procedere alla determinazione delle (m+1) equazioni del sistema [10]. Si avranno così le (m+1) equazioni

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3}-I_0\lambda\right)A_0+\left(\frac{1}{6}-I_1\lambda\right)A_1+\left(\frac{1}{10}-I_2\lambda\right)A_2+\cdots=0 \\ \left(\frac{1}{6}-I_1\lambda\right)A_0+\left(\frac{2}{15}-I_2\lambda\right)A_1+\left(\frac{1}{10}-I_3\lambda\right)A_2+\cdots=0 \\ \left(\frac{1}{10}-I_2\lambda\right)A_0+\left(\frac{1}{10}-I_3\lambda\right)A_1+\left(\frac{3}{35}-I_4\lambda\right)A_2+\cdots=0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases} \qquad [13]$$

Eliminando le costanti A_i fra queste equazioni, si ha un'equazione di grado (m+1) in λ, la cui soluzione dà, per mezzo della seconda delle [6'] il periodo della sessa cercato.

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{1}{3}-I_0\lambda\right) & \left(\frac{1}{6}-I_1\lambda\right) & \left(\frac{1}{10}-I_2\lambda\right)\cdots \\ \left(\frac{1}{6}-I_1\lambda\right) & \left(\frac{2}{15}-I_2\lambda\right) & \left(\frac{1}{10}-I_3\lambda\right)\cdots \\ \left(\frac{1}{10}-I_2\lambda\right) & \left(\frac{1}{10}-I_3\lambda\right) & \left(\frac{3}{35}-I_4\lambda\right)\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix}=0 \qquad [14]$$

essendo

$$I_u=\int_0^1 \frac{z^2(1-z)^2}{\gamma(z)}\, z^u \, dz \qquad [15]$$

Tabella V

Sezioni	z	z^2	$(1-z)$	$(1-z)^2$	$z^2(1-z)^2$	$\frac{z^2(1-z)^2}{\sigma(z)}$ 10^{-6}	dz	$I_0 = \frac{z^2(1-z)^2\,dz}{\sigma(z)}$ 10^{-2}	$I_1 = I_0 z$ 10^{-2}	$I_2 = I_0 z^2$ 10^{-2}	$I_3 = I_0 z^3$ 10^{-2}	$I_4 = I_0 z^4$ 10^{-2}
0	0,00000	0,00000	1,00000	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,000000
1	0,02461	0,00061	0,97539	0,95139	0,00058	2,85774	0,02461	7,03291	0,17308	0,00426	0,00010	0,000003
2	0,05598	0,00313	0,94402	0,89117	0,00279	10,41829	0,03137	32,68217	1.82955	0,10242	0,00573	0,000321
3	0,08563	0,00733	0,91437	0,83607	0,00613	20,48622	0,02965	60,74163	5,20131	0,44539	0,03814	0,003266
4	0,11608	0,01347	0,88392	0,78131	0,01053	28,17080	0,03045	85,78008	9,95735	1,15585	0,13417	0,015575
5	0,15083	0,02275	0,84917	0,72109	0,01640	29,14507	0,03475	101,27911	15,27593	2,30407	0,34752	0,052417
6	0,19097	0,03647	0,80903	0,65453	0,02387	42,44516	0,04014	170,37489	32,53649	6,21349	1,18659	0,226603
7	0,22788	0,05193	0,77212	0,59617	0,03096	52,76994	0,03691	194,77385	44,38507	10,11447	2.30489	0,525237
8	0,26295	0,06914	0,73705	0,54324	0,03756	82,76838	0,03507	290,26872	76,32616	20,06996	5,27740	1,387691
9	0,29525	0,08717	0,70475	0,49667	0,04330	87,14435	0,03230	281,47626	83,10586	24,53701	7,24455	2,138954
10	0,32754	0,10728	0,67246	0,45220	0,04851	115,89028	0,03229	374,20971	122,56865	40,14614	13,14946	4,306976
11	0,36445	0,13282	0,63555	0,40392	0,05365	113,99960	0,03691	420,77252	153,35055	55,88861	20,36860	7,423337
12	0,39306	0,15450	0,60694	0,36838	0,05691	170,92488	0,02861	489,01608	192,21266	75,55111	29,69612	11,672356
13	0,42135	0,17754	0,57865	0,33484	0,05945	143,69208	0,02829	406,50489	171,28083	72,16918	30.40848	12,812615
14	0,45365	0,20580	0,54635	0,29850	0,06143	128,88614	0,03230	416,30224	188,85551	85,67430	38,86615	17,631628
15	0,48410	0,23435	0,51590	0,26615	0,06237	123,86673	0,03045	377,17418	182,59002	88,39183	42,79048	20,714873
16	0,51640	0,26667	0,48360	0,23387	0,06237	179,39031	0,03230	579,43070	299,21801	154,51618	79,79216	41,204670
17	0,54085	0,29252	0,45915	0,21082	0,06167	343,23671	0,02445	839,21376	453,88876	245,48574	132,77096	71,809174
18	0,56699	0,32148	0,43301	0,18750	0,06028	170,66944	0,02614	446,12992	252,95121	143,42080	81,31816	46,106585
19	0,59606	0,35529	0,40394	0,16317	0,05797	175,04757	0,02907	508,86329	303,31305	180,79278	107,76334	64,233418
20	0,62312	0,38828	0,37688	0,14204	0,05515	175,78097	0,02706	475,66329	296.39531	184,68985	115,08394	71,711103
21	0,65450	0,42837	0,34550	0,11937	0,05113	93,42301	0,03138	293,16141	191,87414	125,58163	83,19317	53,795433
22	0,68587	0,47042	0,31413	0,09868	0,04642	42,68482	0,03137	133,90229	91,83957	62,99000	43,20295	29,631609
23	0,72832	0,53045	0,27168	0,07381	0,03915	27,62463	0,04245	117,26655	85,40758	62,20405	45,30445	32,996138
24	0,77723	0,60409	0,22277	0,04963	0,02998	27,42888	0,04891	134,15468	104,26904	81,04102	62,98752	48,955787
25	0,81199	0,65933	0,18801	0,03535	0,02331	55,16272	0,03476	193,36025	157,00659	127,48778	103,51880	84,056233
26	0,84082	0,70698	0,15918	0,02534	0,01791	58,67949	0,02883	169,17297	142,24401	119,60161	100,56343	84,555741
27	0,87127	0,75911	0,12873	0,01657	0,01258	57,19637	0,03045	174,16296	151,74296	132,20909	115,18981	100,361429
28	0,90080	0,81144	0,09920	0,00984	0,00799	31,10825	0,02953	91,86266	82,74988	74,54110	67,14662	60,485674
29	0,93448	0,87325	0,06552	0,00429	0,00375	20,90266	0,03368	70,40017	65,78755	61,47715	57,44917	53,685097
30	0,96909	0,93913	0,03091	0,00096	0,00090	7,14707	0,03461	24,73600	23,97141	23,23046	22,51240	21,816544
31	1,00000	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,03091	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,000000
								$I_0 =$ 79,59870	$I_1 =$ 39,82308	$I_2 =$ 22,62037	$I_3 =$ 14,08615	$I_4 =$ 9,44316

Se $\gamma(z)$ fosse nota, cioè se $\sigma(z)=\sigma\left(\frac{V}{a}\right)$ fosse una funzione semplice di z, l'integrale [15] si potrebbe calcolare numericamente. Si è già visto invece che la curva normale del nostro lago ha un andamento irregolare. Il calcolo dei vari I si è quindi dovuto fare con integrazione numerica: ci siamo limitati a fare $m=2$ perciò solo tre delle [13] si son calcolate. La tabella V riporta i calcoli necessari per l'integrazione della [15], calcolati di sezione in sezione, avendo posto

$$\gamma(z)=\sigma(z) \qquad \text{cioè} \qquad h=1$$

Si son trovati così i seguenti valori:

$$\left\{\begin{array}{lll} I_0=79{,}59870 & I_1=39{,}82308 & I_2=22{,}62037 \\ & I_3=14{,}08615 & I_4=9{,}44316 \end{array}\right. \qquad [16]$$

Risolta la [14] sempre nel caso $m=2$, si ha la seguente equazione cubica in λ:

$$(I_0I_2I_4-I_0I_3^2-I_1^2I_4+2I_1I_2I_3-I_2^3)\lambda^3-\left[\frac{3}{35}(I_0I_2-I_1^2)+\frac{1}{5}(-I_0I_3+\right.$$
$$\left.+I_1I_2+I_1I_3)+\frac{2}{15}I_0I_4+\frac{1}{3}(-I_1I_4-I_2^2+I_2I_3+I_2I_4-I_3^2)\right]\lambda^2+$$
$$+\left[\frac{1}{700}I_0-\frac{3}{350}I_1+\frac{53}{2100}I_2-\frac{1}{30}I_3+\frac{1}{60}I_4\right]\lambda-\frac{1}{10500}=0 \qquad [17]$$

A calcoli fatti, tenuto conto dei valori calcolati per le I la [17] si può scrivere

$$f(\lambda)=36{,}812901\,\lambda^3-2{,}0896746\lambda^2+0{,}0311145\lambda-0{,}0000952381=0 \qquad [18]$$

Questa equazione si risolve con il metodo di Newton, delle successive approssimazioni: come primo valore approssimato di λ si prende quello che si ottiene ponendo nella formula

$$\lambda=\frac{4\pi^2a^2}{gT^2}$$

il valore del periodo dell'uninodale trovato con il metodo di Defant, e cioè

$$T=14^m=840^s$$

con che si ha $\lambda=0{,}004187547$. Partendo da questo valore si giunge, con successive correzioni, ad avere (con correzione 0.10^{-12}) per λ il valore

$$\lambda_1=0{,}004.116.371.551$$

cui corrisponde un periodo

$$T_1 = 14^m,12$$

valore in ottimo accordo con quello $T = 14^m$ trovato con il metodo precedente

Conosciuta così una radice, la [18] si può ridurre (p. es. con la regola di Ruffini) ad un'equazione di 2° grado

$$36{,}812901\ \lambda^2 - 1{,}938139\ \lambda + 0{,}023136 = 0$$

le cui soluzioni ci danno gli altri due valori di λ

$$\lambda_2 = 0{,}018.294.498\ ;\ \lambda_3 = 0{,}034.353.866$$

in corrispondenza dei quali si calcolano gli altri due periodi

$$T_2 = 6^m,70 \qquad T_3 = 4^m,89$$

per la binodale e la trinodale rispettivamente.

Se si ricorda che con il metodo di Defant si erano trovati i valori

$$(T_2)_D = 6^m,56 \qquad (T_3)_D = 5^m,04$$

si vede come la differenza tra i risultati conseguiti con i due metodi sia appena dell'ordine del decimo di minuto.

Linee nodali.

Per determinare i nodi vale la relazione

$$\frac{du}{dz} = 0$$

che si deduce dalla seconda delle [4]. Siccome u è dato dalla [12]

$$u = \sum_{0}^{m}{}_i\ z(1-z)z^i\ A_i \qquad [12]$$

se ci limitiamo al caso $m=2$ ed esplicitiamo la [12] avremo

$$u = z(1-z)\left(1 + \frac{A_1}{A_0} z + \frac{A_2}{A_0} z^2\right) \cdot A_0\ ; \qquad [19]$$

annullandone la derivata rispetto a z, avremo l'equazione dei nodi

$$\frac{du}{dz} = 4\frac{A_2}{A_0} z^3 + 3\left(\frac{A_1}{A_0} - \frac{A_2}{A_0}\right) z^2 + 2\left(1 - \frac{A_1}{A_0}\right) z - 1 = 0 \qquad [20]$$

Per risolvere questa equazione cubica, è necessario conoscere i rap-

porti $\frac{A_2}{A_0}$, $\frac{A_1}{A_0}$, e questi ci vengono dati dalla soluzione di due delle equazioni tratte dalle [13], per esempio risolvendo il sistema

$$\begin{cases} \frac{1}{3} - I_0 \lambda + \left(\frac{1}{6} - I_1 \lambda\right)\frac{A_1}{A_0} + \left(\frac{1}{10} - I_2 \lambda\right)\frac{A_2}{A_0} = 0 \\ \frac{1}{10} - I_2 \lambda + \left(\frac{1}{10} + I_3 \lambda\right)\frac{A_1}{A_0} + \left(\frac{3}{35} - I_4 \lambda\right)\frac{A_2}{A_0} = 0 \end{cases} \qquad [21]$$

usando per $I_0 \ldots I_4$ i valori [16] già calcolati precedentemente, e per λ successivamente i tre valori trovati per la uni-bi e trinodale.

Sarà dunque, per il λ corrispondente alla uni-nodale.

$$\frac{A_1}{A_0} = +1{,}356.946.551 \quad ; \quad \frac{A_2}{A_0} = -1{,}364.135.939$$

e la [20] diviene

$$f(z) = -3{,}456.543.758\, z^3 + 8{,}163.247.472\, z^2 - 0{,}713.893.103\, z - 1 = 0 \qquad [22]$$

E' evidente che delle tre radici della [22] quelle che soddisfano il nostro problema sono soltanto quelle per cui $z = \frac{V}{a}$ risulta compreso tra 0 e 1.

$$0 \leq z \leq 1$$

Nel caso della [22] che è l'equazione relativa alla sessa uninodale, sarà dunque uno solo il valore di z da prendere in considerazione. Anche qui la [22] si risolve col metodo di Newton, prendendo come primo valore approssimato di z, quello corrispondente alla i^{ma} sezione in cui si annulla il valore dell'ampiezza $2\eta_i$ calcolato con il metodo di Defant, e precisamente, } poiché $2\eta_i$ si annulla tra la 15^a e la 16^a sezione (v. tabella II) [$2\eta_{15} = +3{,}35$, $2\eta_{16} = -8{,}02$] in corrispondenza delle quali i valori di z sono rispettivamente $z_{15} = 0{,}48410$, $z_{16} = 0{,}51640$ (v. tabella I) con una semplice interpolazione {

$$z = 0{,}49400$$

Con successive approssimazioni si è trovato per z il valore più attendibile

$$z_1 = 0{,}499 \cdot 464 \cdot 59$$

Anche con questo procedimento si trova che l'uninodo è compreso

tra la 15ª e la 16ª sezione, e precisamente alla sezione 15,4757, il che comporta una distanza dall'estremo del lago (Porlezza) di

$$x_1 = m.\ 9215,45$$

mentre con il metodo di Defant il nodo si trova alla distanza di m. 9106,78. Procedendo nella stessa maniera per la ricerca dei nodi delle sesse bi-nodali e tri-nodali, si ha, tenendo conto dei diversi valori di λ,

$$f(z) = -5{,}115.441.592\,z^3 - 0{,}015.916.173\,z^2 + 4{,}568.331.578\,z - 1 = 0 \qquad [23]$$

per la binodale, e

$$f(z) = 16{,}161.696.204\,z^3 - 24{,}948.573.498\,z^2 + 10{,}551.534.230\,z - 1 = 0 \qquad [24]$$

per la trinodale.

I due valori di z valevoli per la binodale sono

$$z_1 = 0{,}233.308.522 \qquad z_2 = 0{,}804.753.835$$

sicché i 2 nodi si trovano alle distanze dall'origine rispettivamente di

$$\begin{cases} x_1 = m\ 4197{,}88 & \text{tra la } 7^a \text{ e l'} 8^a \text{ sezione (sez. 7,15)} \\ x_2 = m\ 13642{,}54 & \text{tra la } 24^a \text{ e la } 25^a \text{ sezione (sez. 24,79)} \end{cases} \qquad [25]$$

Con il metodo di Defant le due distanze sono invece

$$\begin{cases} x_1 = m\ 4195{,}54 & \text{tra la } 7^a \text{ e l'} 8^a \text{ sezione, con soli m 2,34 di differenza con il I binodo (25) (sez. 7,15)} \\ x_2 = m\ 13.515{,}40 & \text{tra la } 24^a \text{ e la } 25^a \text{ sezione (sez. 24,37)} \end{cases}$$

Risolvendo la [24] per la trinodale, si hanno i seguenti valori di z, tutti soddisfacenti il problema

$$\begin{cases} z_1 = 0{,}132.987.148 \\ z_2 = 0{,}525.768.670 \\ z_3 = 0{,}884.929.522 \end{cases}$$

Corrispondentemente i tre nodi si trovano alle seguenti distanze dall'origine del lago

$$\begin{cases} x_1 = m\ 2.621{,}90 & \text{tra la } 4^a \text{ e la } 5^a \text{ sezione (sez. 4,49)} \\ x_2 = m\ 9.759{,}92 & \text{» » } 16^a \text{ e la } 17^a \text{ » (» 16.38)} \\ x_3 = m\ 13.515{,}40 & \text{» » } 27^a \text{ e la } 28^a \text{ » (» 27,46)} \end{cases} \qquad [27]$$

La seguente Tabella VI riassume e confronta i risultati ottenuti con i due metodi.

TABELLA VI

	METODO		Differenza (Hid.)-(Def.)
	DEFANT	HIDAKA	
Periodo della sessa uninodale	$T_1=14^m, 00$	$T_1=14^m, 12$	$+ 0^m, 12$
» » » binodale	$T_2= 6^m, 56$	$T_2= 6^m, 70$	$+ 0^m, 14$
» » » trinodale	$T_3= 5^m, 04$	$T_3= 4^m, 89$	$- 0^m, 15$
Distanza dell'uninodo da Porlezza	x'_1 =m. 9106,78	x'_1 =m. 9215,45	+ m. 108,67
» del I binodo » »	x''_1 = » 4195,54	x''_1 = » 4197,88	+ » 2,34
» del II » » »	x''_2 = » 13515,40	x''_2 = » 13642,54	+ » 127,14
» del I trinodo » »	x'''_1 = » 2930,71	x'''_1 = » 2621,90	— m. 308,81
» del II » » »	x'''_2 = » 9751,61	x'''_2 = » 9759,92	+ » 8,31
» del III » » »	x'''_3 = » 14543,28	x'''_3 = » 15082,56	+ » 539,28

Si vede ancora una volta come l'accordo sia addirittura eccezionale, raggiungendo in ispecie per il primo binodo ed il secondo trinodo praticamente una coincidenza quasi assoluta.

Distribuzione delle ampiezze degli spostamenti verticali.

Le ampiezze degli spostamenti verticali, sono date dall'equazione (la seconda della [4])

$$\zeta = -\frac{du}{dV} = -a\frac{du}{dz}$$

Cioè tenendo presente l'espressione di $\frac{du}{dz}$ che si ottiene derivando la [12]

$$\frac{du}{dz} = \sum_0^m{}_i \left[(i+1)\,z^i - (i+2)\,z^{(i+1)}\right].\ A_i$$

l'ampiezza assume l'espressione

$$\zeta = -a \sum_0^m{}_i \left[(i+1)\,z^i - (i+2)\,z^{(i+1)}\right].\ A_i$$

e questa, per m=2 diviene

$$\frac{\zeta}{a\,A_0} = -\left[4\,\frac{A_2}{A_0}\,z^3 + 3\left(\frac{A_1}{A_0} - \frac{A_2}{A_0}\right)z^2 + 2\left(1 - \frac{A_1}{A_0}\right)z - 1\right] \qquad [28]$$

Il secondo membro di questa eguaglianza è, a parte il segno, l'equazione cubica [20] (già adoperata per trovare i nodi), i cui coefficienti sono

TABELLA VII

Sezioni	z	z^2	z^3	ζ/aA_0 UNI-NODALE	ζ/aA_0 BI-NODALE	ζ/aA_0 TRI-NODALE
0	0	0	0	+1,0000	+1,0000	+1,0000
1	0,02461	0,000606	0,000015	+1,0127	+0,8877	+0,7552
2	0,05598	0,003134	0,000175	+1,0153	+0,7452	+0,4847
3	0,08563	0,007332	0,000628	+1,0047	+0,6121	+0,2693
4	0,11608	0,013475	0,001564	+0,9814	+0,4779	+0,0861
5	0,15083	0,022750	0,003431	+0,9407	+0,3289	—0,0794
6	0,19097	0,036469	0,006965	+0,8766	+0,1638	—0,2177
7	0,22788	0,051929	0,011834	+0,8033	+0,0203	—0,3002
8	0,26295	0,069143	0,018181	+0,7225	—0,1071	—0,3433
9	0,29525	0,087173	0,025738	+0,6396	—0,2158	—0,3565
10	0,32754	0,107282	0,035139	+0,5498	—0,3149	—0,3474
11	0,36445	0,132824	0,048408	+0,4400	—0,4152	—0,3141
12	0,39306	0,154496	0,060726	+0,3508	—0,4825	—0,2744
13	0,42135	0,177536	0,074805	+0,2597	—0,5394	—0,2256
14	0,45365	0,205798	0,093360	+0,1533	—0,5916	—0,1612
15	0,48410	0,234353	0,113450	+0,0516	—0,6274	—0,0948
16	0,51640	0,266669	0,137708	—0,0568	—0,6504	—0,0214
17	0,54085	0,292519	0,158209	—0,1385	—0,6568	+0,0342
18	0,56699	0,321478	0,182275	—0,2249	—0,6527	+0,0919
19	0,59606	0,355288	0,211773	—0,3192	—0,6340	+0,1520
20	0,62312	0,388278	0,241944	—0,4046	—0,6028	+0,2019
21	0,65450	0,428370	0,280368	—0,4998	—0,5489	+0,2500
22	0,68587	0,470418	0,322646	—0,5900	—0,4753	+0,2848
23	0,72832	0,530450	0,386337	—0,7022	—0,3425	+0,3052
24	0,77723	0,604086	0,469514	—0,8145	—0,1393	+0,2820
25	0,81199	0,659328	0,535368	—0,8813	+0,0397	+0,2291
26	0,84082	0,706978	0,594441	—0,9274	+0,2109	+0,1590
27	0,87127	0,759111	0,661391	—0,9659	+0,4151	+0,0563
28	0,90080	0,811441	0,730946	—0,9925	+0,6369	—0,0739
29	0,93448	0,873253	0,816037	—1,0087	+0,9193	—0,2623
30	0,96909	0,939135	0,910106	—1,0085	+1,2434	—0,5042
31	1,00000	1,000000	1,000000	—0,9928	+1,5630	—0,7647

funzioni delle λ relative rispettivamente alla uni-bi- e trinodale: sicché si debbono calcolare i valori dei rapporti ζ/aA_0 per i successivi z delle successive sezioni, e tutto questo per determinare una volta le ampiezze (o i rapporti ζ/aA_0) per

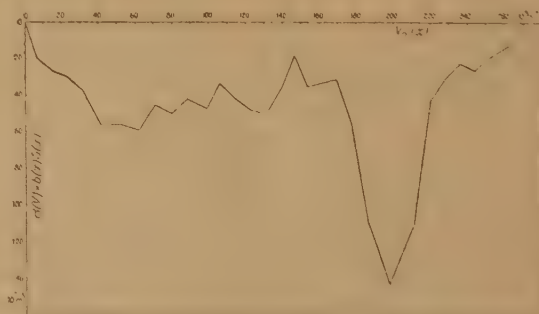


Fig. 5

la uninodale, una volta quelle per la binodale, e una volta quelle per la trinodale. La [28] per il nostro caso sarà:

$$\frac{\zeta}{a A_0} = -\left[-5{,}456{\cdot}543{\cdot}758\, z^3 + 8{,}163{\cdot}247{\cdot}472\, z^2 - 0{,}713{\cdot}893{\cdot}103\, z - 1\right]$$

per la uninodale

$$\frac{\zeta}{a A_0} = -\left[5{,}115{\cdot}441{\cdot}592\, z^3 - 0{,}015{\cdot}916{\cdot}173\, z^2 + 4{,}568{\cdot}331{\cdot}578\, z - 1\right]$$

per la binodale

$$\frac{\zeta}{a A_0} = -\left[16{,}161{\cdot}696{\cdot}204\, z^3 - 24{,}948{\cdot}573{\cdot}498\, z^2 + 10{,}551{\cdot}534{\cdot}230\, z - 1\right]$$

per la trinodale

I risultati dei calcoli sono riportati nella Tabella VII e l'andamento delle stesse ampiezze si vede ancora più chiaramente nelle figure n. 2, 3, 4, dove le linee continue rappresentano precisamente le ampiezze riportate in funzione di z. Dalle stesse figure risulta, per confronto, la differenza tra i risultati ottenuti con i 2 metodi.

Poiché l'accordo è, in linea generale, piuttosto buono, e in certi casi, come già si è fatto notare, (periodi e nodi) più che soddisfacente, è da presumere che questi risultati rispondano a realtà.

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — febbraio 1948.

RIASSUNTO

In questo lavoro sono state determinate le sesse del lago di Lugano (Ceresio) con il metodo di Defant. Il metodo di Hidaka, applicato successivamente, ha dato buone conferme dei risultati trovati. Lo studio è stato fatto limitatamente a quella porzione del lago che va da Porlezza al ponte diga di Melide. Si son riportati in grafici i risultati dei calcoli eseguiti con i due metodi, e dal confronto risalta il buon accordo. Questo accordo, quasi eccezionale, può trovare spiegazione nella discreta regolarità del bacino in istudio, regolarità che avvicina il nostro lago ai casi ideali per cui valgono senz'altro le teorie di Defant e di Hidaka.

BIBLIOGRAFIA

(1) P. Caloi, *Le sesse del lago di Garda.* Parte prima. *Sesse che interessano l'intero lago.* « Ann. di Geofisica », I, 1.

(2) *Enciclopedia Italiana* (Treccani), XXI, 609.

TEMPI DI TRAGITTO DELLE ONDE « M » PER L'ITALIA CENTRALE

M. Giorgi - P. E. Valle

In una nostra precedente ricerca abbiamo osservato che i tempi di emersione delle onde « M » del terremoto del Monte Amiata ([1]) possono essere calcolati per l'Italia centrale mediante la relazione ([2]):

t_M in sec
Δ in km

$$t_M = \frac{\Delta}{2,60 \pm 0,08} + 0,45 + H_0 \qquad [1]$$

Il denominatore che compare nella [1] rappresenta la velocità apparente dell'inizio della fase, la quale, nel nostro caso, risulta costante, almeno per le distanze comprese entro i 400 km.

Dato che le onde « M » presentano cospicui effetti di dispersione ed assorbimento combinati. il tempo di emersione, alle varie distanze epicentrali, varia in relazione allo spettro della perturbazione iniziale e quindi, a rigore, la [1] sarebbe valida soltanto per terremoti identici al terremoto del Monte Amiata; peraltro la [1] rappresenterà tanto meglio i tempi di emersione delle onde « M » nell'Italia centrale, quanto più lo spettro di una perturbazione sismica sarà vicino a quello del terremoto suddetto.

La natura fisica e l'intensità dei sismi che avvengono nell'Italia centrale, presentano in genere una certa analogia e quindi abbiamo ritenuto utile completare le tabelle dei tempi di tragitto delle onde di dilatazione e di distorsione per detta regione ([3]) con l'aggiunta dei tempi relativi alle onde « M » calcolati mediante la [1].

Del resto abbiamo la possibilità di dare un criterio per stabilire, caso per caso, la validità della [1] in relazione al periodo medio associato al massimo dell'ampiezza della fase ([4]). Abbiamo potuto infatti stabilire che l'andamento di detto periodo medio con la distanza epicentrale nel terremoto del Monte Amiata è rappresentato abbastanza bene dalla relazione:

T_{max} in sec
Δ in km

$$T_{max} = \sqrt{\frac{\Delta + 90,68}{8,20449}} \qquad [2]$$

In un intervallo della distanza epicentrale compreso fra 50 e 400 km, il periodo medio associato al massimo dell'ampiezza varia tra 4,1 e 7,7 sec.; occorre pertanto tener conto, nell'uso corretto della tabella, anche di questo elemento. E' opportuno quindi verificare di volta in volta che il periodo osservato e corrispondente al massimo dell'ampiezza non si discosti eccessivamente dai valori contenuti nella tabella a fianco di ciascun tempo di tragitto.

Δ km	M-H m. sec.	T max sec.	M-Pg m. sec.	M-Sg m. sec.	Δ km	M-H m. sec.	T max sec.	M-Pg m. sec.	M-Sg m. sec.
50	00 19,7	4,1	00 10,3	00 03,2	230	01 28,9	6,3	00 45,5	00 13,0
60	» 23,6	4,3	» 12,3	» 03,8	240	» 32,8	6,3	» 47,5	» 13,6
70	» 27,4	4,4	» 14,2	» 04,3	250	» 36,6	6,4	» 49,4	» 14,1
80	» 31,2	4,6	» 16,1	» 04,8	260	» 40,5	6,5	» 51,4	» 14,7
90	» 35,1	4,7	» 18,1	» 05,4	270	» 44,3	6,6	» 53,4	» 15,2
100	» 38,9	4,8	» 20,0	» 05,9	280	» 48,2	6,7	» 55,4	» 15,8
110	» 42,8	4,9	» 22,0	» 06,5	290	» 52,0	6,8	» 57,3	» 16,3
120	» 46,6	5,1	» 24,0	» 07,0	300	» 55,9	6,9	» 59,3	» 16,9
130	» 50,5	5,2	» 26,0	» 07,6	310	» 59,7	7,0	1 01,2	» 17,4
140	» 54,3	5,3	» 27,9	» 08,1	320	2 03,6	7,1	» 03,2	» 18,0
150	» 58,2	5,4	» 29,9	» 08,7	330	» 07,4	7,2	» 05,1	» 18,5
160	01 02,0	5,5	» 31,8	» 09,2	340	» 11,2	7,2	» 07,0	» 19,0
170	» 05,9	5,6	» 33,8	» 09,8	350	» 15,1	7,3	» 09,1	» 19,6
180	» 09,7	5,7	» 35,7	» 10,3	360	» 18,9	7,4	» 11,0	» 20,1
190	» 13,6	5,8	» 37,7	» 10,9	370	» 22,8	7,5	» 13,0	» 20,7
200	» 17,4	6,0	» 39,7	» 11,4	380	» 26,6	7,6	» 14,9	» 21,2
210	» 21,2	6,1	» 41,6	» 11,9	390	» 30,5	7,7	» 16,9	» 21,8
220	» 25,1	6,2	» 43,6	» 12,5	400	» 34,3	7,7	» 18,8	» 22,3

Roma — Istituto Nazionale di Geofisica — febbraio 1948.

RIASSUNTO

Viene proposta una tabella dei tempi di tragitto delle onde "M", valida per l'Italia Centrale, avuto riguardo alla natura ed alle modalità della propagazione della fase.

BIBLIOGRAFIA

(1) Giorgi M., *Il terremoto del Monte Amiata del 16 ottobre 1940*. Ric. Scientif. 11, 1146-1159 (1941).

(2) Giorgi M. - Valle P. E.. *Contributo allo studio delle onde « M »*. Annali di Geofisica I, 87-102 (1948).

(3) Caloi P. - Rosini E., *Sui tempi di tragitto delle onde Pg ed Sg nell'Italia Centrale*. Ric. Scient. 11 (1940).

(4) Valle P. E., *Sul coefficiente di assorbimento delle onde sismiche superficiali*. Ric. Scient. e Ricostruz. 11 (1946).

SU LA CAMERA DI IONIZZAZIONE E IL SUO USO IN MISURE QUANTITATIVE DI RADIOATTIVITA' ATMOSFERICA

G. ALIVERTI

E' noto che il contenuto in sostanze radioattive dell'aria atmosferica si può determinare o eseguendo la misura *direttamente* sull'aria attiva per emanazione o *indirettamente* sui cosidetti depositi attivi raccolti da essa (cioè su *RaA RaB* e *RaC* e rispettivamente *ThA ThB* e *ThC*). In entrambi i casi si tratta di misurare l'azione ionizzante degli atomi attivi in questione posti in un recipiente, la camera di ionizzazione. Si tien conto essenzialmente dell'azione ionizzante delle particelle alfa, e per fare una misura assoluta si deve consentire a ogni particella alfa emessa di esaurire il « percorso » e inoltre occorre stabilire nella camera di ionizzazione un campo elettrico tale da avere la corrente di saturazione. Nelle misure dirette non è possibile soddisfare la condizione di esaurire il percorso perché gli atomi delle emanazioni presenti nella camera vi si trovano come gas e quindi sparsi ovunque anche in prossimità delle pareti e dell'elettrodo; per questa ragione il metodo diretto richiede taratura della camera. Ciò si ottiene o con soluzioni normali di radio o con fialette tarate di emanazione. Nei metodi indiretti di Gerdien e di Aliverti è possibile invece provvedere all'esaurimento del percorso delle particelle alfa perché gli atomi attivi sono fissati sopra l'elettrodo della camera di ionizzazione; più precisamente di una metà delle particelle.

Altre difficoltà comuni a tutti i metodi di misura qui considerati risiedono poi nel fatto che le quantità di sostanza radioattiva da misurare sono in generale piccole e che lo spazio dove sta la camera di ionizzazione, piuttosto grande, è percorso in ogni senso da radiazioni beta e gamma e penetranti provenienti dalle sostanze radioattive del suolo e dell'aria circostante e dalla radiazione cosmica le quali ionizzano per conto loro l'aria contenuta nella camera di ionizzazione provocando un aumento della corrente che si misura; di questa azione considerevole occorre conoscere l'entità e seguirne le va-

riazioni verificantesi durante la misura, e ciò per poter risalire all'effetto puro di ionizzazione dovuto alla radioattività che si vuol misurare. Occorre perciò valutare la cosidetta *perdita naturale della camera di ionizzazione.*

Nella misura diretta di piccole radioattività e quando non si comprime l'aria nella camera di ionizzazione si raggiunge lo scopo usando il cosidetto *metodo della doppia camera*; al recipiente nel quale si trova l'aria da esaminare si collega un secondo recipiente di forma identica ma contenente aria pulita, cioè non attiva; le pareti dei due recipienti sono elettricamente isolate e caricate con potenziali di segno opposto; gli elettrodi delle due camere sono in connessione metallica tra loro e con l'equipaggio dell'elettrometro. La figura 1 rappresenta schematicamente il dispositivo.

Anche nelle misure indirette (metodi di Gerdien e di Aliverti) serve un elettrometro di piccola capacità e a campo ausiliario, per esempio quello a filo di Lutz-Edelmann, e la camera di ionizzazione ha la parete isolata e mantenuta a potenziale elevato (300-400 V). L'elettrodo attivato e da esaminare è in connessione metallica col filo dell'elettrometro (v. fig. 2) e questo è abitualmente tenuto in connessione metallica col suolo; soltanto durante la misura il filo viene isolato da terra e perciò la variazione di potenziale all'elettrometro si misura sempre a partire dal potenziale zero. La determinazione della perdita naturale della camera di ionizzazione assume importanza particolare nel metodo Aliverti perché con tale metodo occorre determinare la curva di disattivazione dell'elettrodo e non soltanto un punto di essa come con il metodo di Gerdien. Le operazioni che si devono compiere per giungere alla determinazione di quella curva sono le seguenti:

1) Verifica dell'attività propria dell'elettrodo sul quale si raccoglierà il deposito attivo; più propriamente si può dire verifica della pulizia dell'elettrodo in quanto esso è costituito da materiale non attivo o pochissimo attivo; contemporanea verifica di un elettrodo che diremo « testimone » e che resterà immutato durante tutta la misura. Eventualmente verifica di un terzo elettrodo per la taratura dell'apparecchio di raccolta.

2) Attivazione dell'elettrodo nell'apparecchio di raccolta.

3) Esame dell'elettrodo attivato e contemporaneo controllo dell'attività naturale della camera con l'elettrodo testimone.

Per illustrare più chiaramente il procedimento riporto il proto-

collo completo di una delle misure di radioattività eseguite recentemente presso l'Osservatorio Geofisico dell'I.N.G. in Pavia con l'apparecchio Aliverti.

Esperienza n. 10. Pavia, 26 settembre 1946

— verificata la tensione applicata alla parete della camera (330 V);
— verificata la sensibilità dell'elettrometro: 1 div. = 0,1 V;
— pulito gli elettrodi 3 e 4 con carta smeriglio 00;
— *tenuta* della camera di ionizzazione:

ore	div.	elettrodo	caduta di potenziale V/2min
16 08 09 10	1.0 3.9 6.7	n. 6	0,57
11 12 13	1.1 4.3 7.3	n. 3	0,62
14 15 16	1.0 4.0 6,8	n. 4	0.58
17 18 19	0.6 3.4 6.5	n. 6	0,59
20 21 22	1.0 4.0 7.0	n. 3	0.60
23 24 25	1.0 4,1 7.2	n. 4	0.62
26 27 28	0.7 3.6 6.5	n. 6	0.58

— riassunto della misura di tenuta:

l'elettrodo n. 6 (testimone) perde 0,58 V ogni due minuti.
» n. 3 (da attivare) » 0,61 » » » »
» n. 4 (da attivare) » 0,60 » » » »

— *raccolta* degli atomi attivi:
inizio: 16^h 39^m lettura iniziale all'anemometro div. $n_0=0{,}5$
fine: 17 04 » » » » $n_0=350$
durata della raccolta: 25^m
velocità dell'aria effluita durante l'esperienza:

$$v=0{,}36+0{,}088\ \frac{349{,}5}{25}=1{,}228 \text{ litri/sec}$$

— *esame degli elettrodi attivati:*

ora	div. lette	elettrodo	V/2min		V/min
17 06 07 08	2,1 10,0 17,5	n. 3	1,54	1,54— 0,62 0,92	0,46
09 10 11	1,8 6,3 11,2	n. 4	0,94	0,94— 0,61 0,33	0,165
12 13 14	1,2 4,2 7,1	n. 6	0,59		
15 16 17	2,7 9,7 17,0	n. 3	1,43	1,43— 0,58 0,85	0,425
18 19 20	4,0 8,2 12,9	n. 4	0,89	0,89— 0,57 0,32	0,160
21 22 23	3,0 5,4 8,2	n. 6	0,52		
24 25 26	4,7 11,5 18,0	n. 3	1,33	1,33— 0,56 0,77	0,385
27 28 29	3,5 8,2 12,5	n. 4	0,90	0,90— 0,55 0,35	0,175

ora	div. lette	elettrodo	V/2min		V/min
30	3,2		0,55		
31	6,0	n. 6			
32	8,7				
33	4,3		1,27	1,27—	0,335
34	10,6	n. 3		0,60	
35	17,0			0,67	
36	3,5		0,85	0,85—	0,130
37	7,8	n. 4		0,59	
38	12,0			0,26	
39	3,1		0,59		
40	6,0	n. 6			
41	9,0				
42	3,5		1,16	1,16—	0,280
43	9,5	n. 3		0,60	
44	15,1			0,56	
45	3,0		0,80	0,80—	0,105
46	6,9	n. 4		0,59	
47	11,0			0,21	
48	2,8		0.55		
49	5,4	n. 6			
50	8,3				
51	3,9		1,12	1,12—	0,265
52	9,5	n. 3		0,59	
53	15,1			0,53	
54	3,0		0,82	0,82—	0,120
55	7,1	n. 4		0,58	
56	11,2			0,24	
57	2,8		0,58		
58	5,5	n. 6			
59	8,6				

ora	div. lette	elettrodo	V/2min		V/min
18 00 01 02	3,1 8,8 13,2	n. 3	1,01	0,58 1,01— 0,43	
03 04 05	3,0 6,4 9,8	n. 4	0,68	0,68— 0,57 0,11	0,215
06 07 08	2,7 5,2 7,9	n. 6	0,52		0,055
09 10 11	3,1 8,0 12,3	n. 3	0,92	0,92— 0,58 0,34	0,170
12 13 14	3,0 7,1 10,4	n. 4	0,74	0,74— 0,57 0,17	0,085
15 16 17	2,5 5,5 8,3	n. 6	0,58		

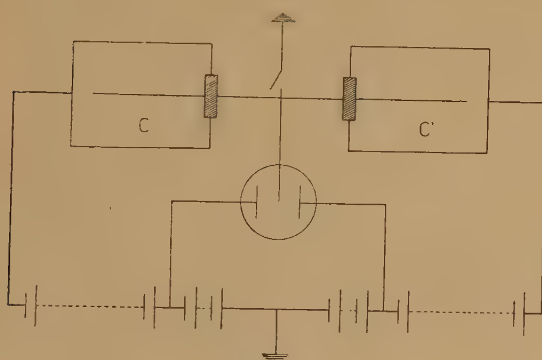


Fig. 1

La misura all'elettrometro avviene così: prefissato il minuto in cui si comincerà ad osservare si introduce l'elettrodo nella camera e 15-20 secondi prima del minuto si isola il contatto di terra; al minuto esatto, per es. 16^h08^m (v. tenuta) si osserva la posizione del filo dell'elettrometro sulla scala e la si scrive accanto all'ora corrispondente come nella tabella precedente; al minuto successivo 09 si torna ad osservare ed a scrivere, così pure al minuto 10 e a questo punto, scritto

il numero si rimette il contatto di terra, si apre la camera, si toglie l'elettrodo n. 6 e lo si sostituisce con il n. 3 e si procede come prima, isolando l'equipaggio elettrometrico 15-20 secondi prima del minuto 11 ed eseguendo le letture ad ogni minuto 11, 12, 13; al minuto 13, eseguita la lettura si inserisce il contatto di terra, si sostituisce l'elettrodo n. 3 con il n. 4 e si ripete l'operazione ora descritta. Si continua, come è indicato nella tabella, alternando gli elettrodi.

Constatato che la perdita dei vari elettrodi è regolare si esegue l'esperienza di raccolta come indicato nel precedente protocollo a pagina 4 usando due tubi collettori consecutivi; finita l'attivazione si prelevano gli elettrodi e se ne incomincia l'esame nella camera di ionizzazione alternandoveli fra loro e con l'elettrodo testimone. Gli elettrodi attivati vanno maneggiati con delicatezza per evitare che si stacchi da essi parte del deposito attivo e quindi, quando non stanno nella camera di ionizzazione, si appoggiano a un sostegno apposito di legno avente dei fori sufficientemente distanziati fra loro nei quali si infilano i gambi degli elettrodi.

Le prime tre colonne delle precedenti tabelle contengono i dati che si ottengono durante la misura di tenuta e durante quella di disattivazione; i numeri delle altre colonne si deducono da quelli osservati; l'ultima colonna contiene i dV/dt necessari per il calcolo del numero di atomi di emanazione di radio (e di torio, se del caso) contenuti per cm^3 nell'aria esaminata.

A proposito della correzione dovuta alla perdita naturale bisogna notare che si tien conto dei valori relativi di perdita ottenuti per i tre elettrodi nella misura preventiva di tenuta e della perdita dell'elettrodo testimone durante la serie di misure con gli elettrodi attivati. Eccettuato il punto iniziale, per i successivi si procede così: si fa la media delle perdite naturali dell'elettrodo testimone che comprendono il punto in questione, per es. all'istante 17^h13^m l'elettrodo n. 6 perde 0,59 V in due minuti, all'istante 17^h22^m perde 0,52; nell'intervallo compreso fra il 13mo e il 22mo minuto perde in media 0,55 e allora al n. 3 si applica la correzione —(0,55 + 0,03) = —0,58; al n. 4 analogamente la correzione —0,57; e ciò perché rispettivamente durante la tenuta l'elettrodo 3 perdeva 0,03 in più del n. 6 e il n. 4 ne perdeva 0,02 pure in più. Seguendo il criterio ora illustrato si correggono tutte le determinazioni eseguite e si ottengono appunto i numeri scritti nell'ultima colonna che si usano per descrivere la curva di disattivazione dei due elettrodi (fig. 3).

La perdita naturale della camera di ionizzazione dipende, come s'è detto, da diversi fattori: in modo particolarmente sensibile dalla radioattività dell'aria ambiente, poi dalla radioattività delle pareti della stanza ove è installata la camera, dalla radiazione cosmica e da ogni altra causa ionizzante eventualmente agente in prossimità della camera. Quindi essa può essere diversa da una giornata all'altra e così anche da un posto all'altro dove si fanno le misure. Ciò si vede bene considerando i valori della perdita naturale osservati durante serie di misure eseguite da me sempre con lo stesso dispositivo, per esempio a Pavia, a Cortina d'Ampezzo, a Torino; essa oscilla entro i seguenti limiti:

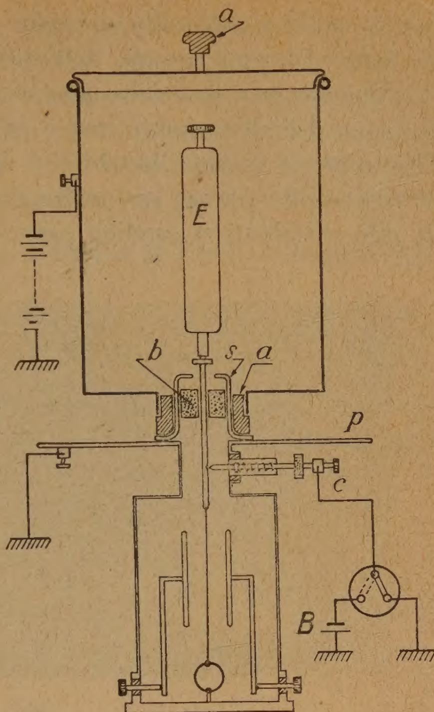


Fig. 2
B = pila per taratura elettrometro; E = elettrodo; a = ebanite; b = ambra; c = contatto di terra; p = piatto metallico; s = schermo metallico a terra.

Pavia	da	0,36	fino	a	0,68	V	ogni	due	minuti
Cortina	»	0,17	»	»	0,62	»	»	»	»
Torino	»	0,80	»	»	1,20	»	»	»	»

D'altra parte il contenuto medio in radon per l'aria delle tre località considerate risulta per i periodi suddetti:

Pavia	4.0	atomi	di	radon	per	cm^3
Cortina	2,4	»	»	»	»	»
Torino	7,4	»	»	»	»	»

La perdita naturale è quindi davvero in modo sensibile determinata dalla radioattività dell'aria e, come questa, mutevole con le vicende meteorologiche e le condizioni di ambiente.

La perdita naturale varia anche durante una singola misura, co-

me si vede dal protocollo riportato prima; queste variazioni, se tutto va bene, non sono grandi, dell'ordine del 5%.

Quando qualcuna delle pile che danno la tensione alla parete o il campo dell'elettrometro non è più in buone condizioni, il filo dell'elettrometro diventa instabile e allora occorre individuare ed eliminare la pila guasta; per questa ragione non si possono usare blocchi di pile altrimenti si sarebbe costretti a sostituire tutto il blocco.

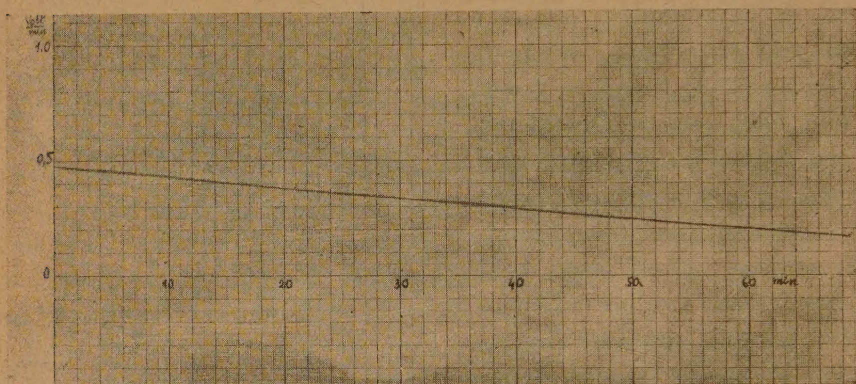


Fig. 3

In buone condizioni devono sempre essere anche i contatti degli interruttori a mercurio.

Anche la presenza di qualche pelucco in prossimità degli isolanti può dare disturbo; pertanto è necessaria la massima pulizia e bisogna anche fare attenzione che non si installino ragni in prossimità della camera di ionizzazione. E' necessario infine non fumare nella stanza ove si trova il dispositivo di misura.

La rappresentazione grafica dei risultati e la descrizione della curva che meglio li rappresenta serve bene ad eliminare l'influenza delle oscillazioni di Schweidler con le quali si ha sempre a che fare in queste misure. Dalla curva si deducono i valori finali da introdurre nel calcolo del numero di atomi delle emanazioni presenti nell'aria esaminata; questo calcolo è già stato illustrato nei suoi particolari in pubblicazioni precedenti e perciò non è il caso di soffermarvisi qui.

Se la taratura dell'apparecchio è già stata eseguita basta l'attivazione di un solo elettrodo e allora le misure di *tenuta* e di disattivazione diventano più semplici perché si alternano nella camera sol-

tanto il testimone e l'elettrodo n. 3; i punti della curva di disattivazione risultano più fitti e la curva si traccia più facilmente.

Nel metodo di Gerdien non si usa descrivere un lungo tratto della curva di disattivazione, ma soltanto alcuni punti per trovare, estrapolando, l'attività all'istante zero della disattivazione. La camera di ionizzazione è del tipo di quella ora descritta per il mio metodo.

Istituto Nazionale di Geofisica — Osserv. di Pavia — maggio 1947.

RIASSUNTO

Si descrive dettagliatamente la tecnica delle misure indirette di contenuto di radon dell'aria atmosferica e si dà un protocollo completo di una di tali misure eseguita con il metodo Aliverti.

Per non ritardare la pubblicazione di memorie relative a ricerche scientifiche pervenute alla Redazione, è stato riservato a queste l'intero spazio disponibile nel presente fascicolo, rimandando ai prossimi numeri la pubblicazione delle recensioni.

Prof. Pietro Caloi - *Responsabile*

Istituto Grafico Tiberino - Via Gaeta, 14 - Roma (Officine Grafiche, Tivoli)